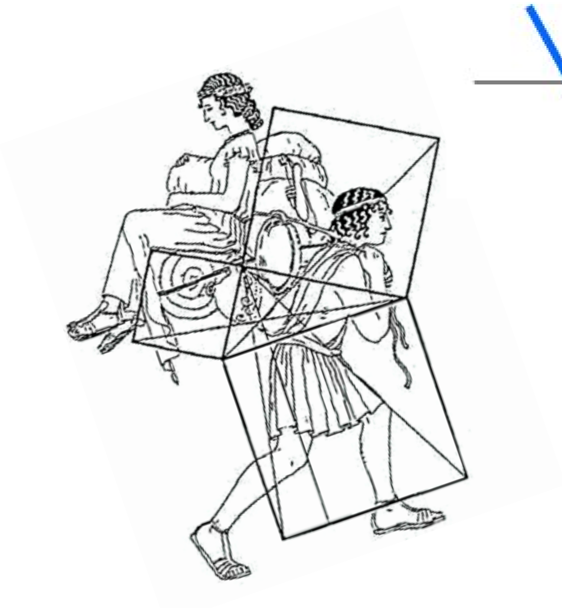
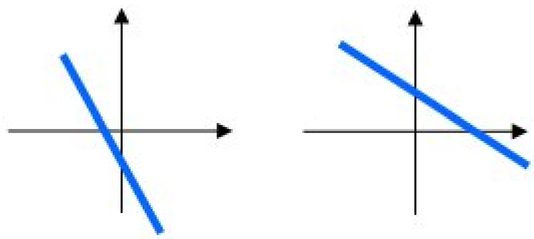
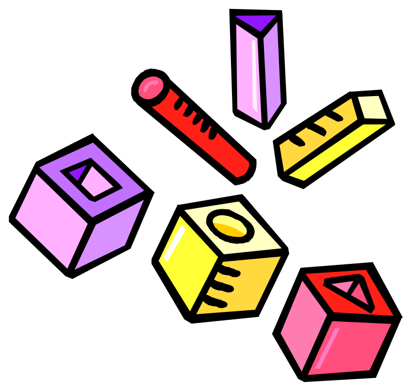
MAT 306







Cahier 1-2

Collège Regina Assumpta
2015-2016

Table des matières

MATHÉMATIQUE
1re année du 2e cycle du secondaire

VISI1N

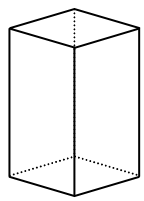
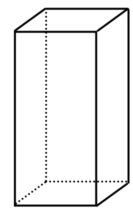
Des représentations pour visualiser

Collège Regina Assumpta

SECTION 1.1 – SAVOIRS

PROJECTION PARALLÈLE

Toutes les arêtes de l'objet qui sont parallèles dans la réalité sont aussi parallèles sur le dessin. Les trois dimensions de l'objet sont représentées selon trois axes se rencontrant en un même point.

Perspective axonométrique	Perspective cavalière
	
• L'arête verticale de l'objet est au premier plan. • Les lignes fuyantes sont de part et d'autre de cette arête. • Généralement, les lignes fuyantes forment un angle de 30° avec l'horizontal. • Les arêtes fuyantes ne sont pas réduites par rapport aux mesures réelles de l'objet.	• La face de l'objet est située au premier plan. • Les lignes fuyantes peuvent être tracées d'un côté comme de l'autre de cette face. • Généralement, les lignes fuyantes forment un angle de 45° avec l'horizontal. • Les arêtes fuyantes sont généralement réduites de moitié par rapport aux mesures réelles de l'objet.

Les arêtes cachées d'un solide sont souvent tracées en pointillés.

Exemple 1 : Construis un cube de 2,4 cm d'arête selon les deux perspectives demandées.

Perspective axonométrique

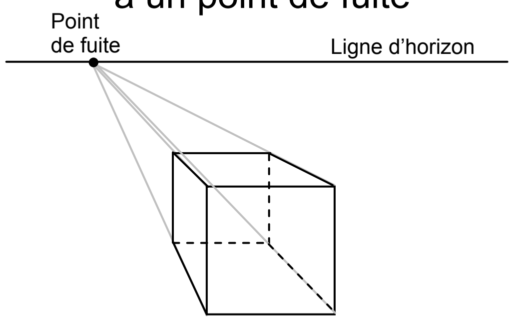
Perspective cavalière

PROJECTION CENTRALE

Certaines arêtes de l'objet qui sont parallèles dans la réalité
ne sont pas parallèles sur le dessin.

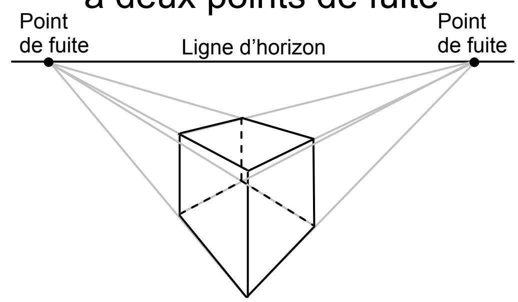
<table>
<tr>
<td>

Perspective (ou projection) à un point de fuite



</td>
<td>

Perspective (ou projection) à deux points de fuite



</td>
</tr>
<tr>
<td>

- La face de l'objet est située au premier plan.
- Les lignes fuyantes convergent vers le point de fuite.
- Les arêtes horizontales et verticales sont parallèles entre elles.

</td>
<td>

- L'arête verticale de l'objet est au premier plan.
- Les lignes fuyantes convergent vers les deux points de fuite.
- Seules les arêtes verticales sont parallèles entre elles.

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">

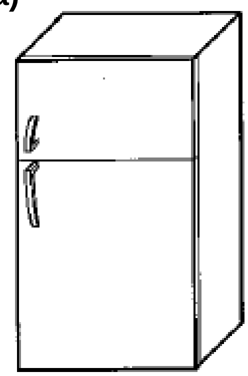
*** Pour dessiner la face la plus éloignée de l'objet, il faut d'abord fixer un sommet sur une des lignes fuyantes. Ensuite, compléter cette face en respectant le parallélisme.

</td>
</tr>
</table>

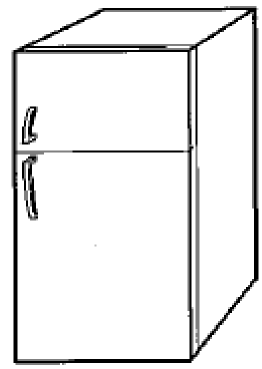
Les arêtes cachées d'un solide sont souvent tracées en pointillés.

<u>Exemple 2</u> : Identifie la perspective utilisée pour chacune des illustrations suivantes.
(Ces illustrations sont tirées du manuel Intersection mathématique, Graphicor, p.212)

a)

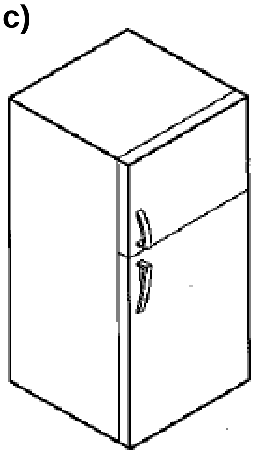


b)

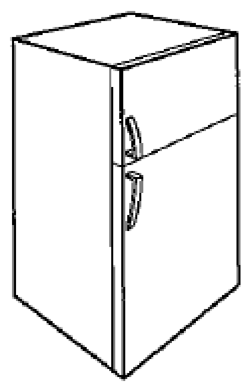


a) ________________________________ **b)**________________________________

c)



d)



c) ________________________________ **d)**________________________________

COMMENT DIFFÉRENCIER CHACUNE DES 4 PERSPECTIVES ?

Les lignes fuyantes sont-elles ____________________?

OUI

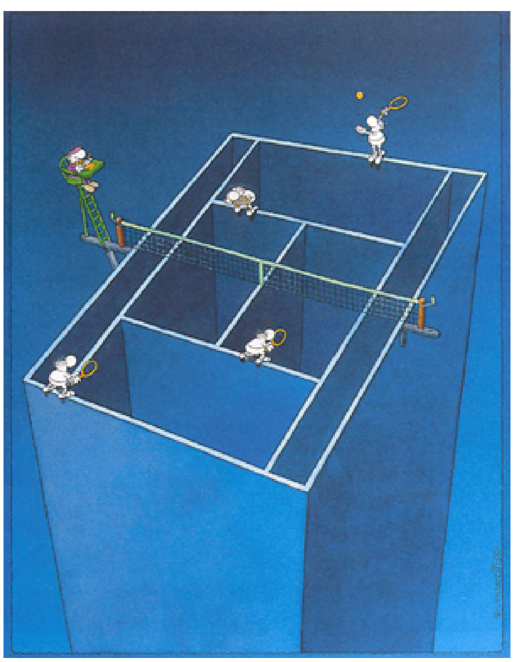
NON

OUI

NON

OUI

NON



De quelle perspective s'agit-il ?

____

SECTION 1.1 – MISE AU POINT

1) Représente les objets tri-dimensionnels suivants selon les perspectives demandées.
   a) un prisme à base rectangulaire droit ayant 4 cm de hauteur, 3 cm de largeur et 4 cm de profondeur.

      Perspective cavalière | Perspective axonométrique

   b) un cube de 3,2 cm d'arête.

      Perspective cavalière | Perspective axonométrique

2) Une compagnie de chocolat désire impressionner lors du Festival du Chocolat de St-Pâques. Ses chocolatiers ont créé une barre de chocolat géante en forme de prisme rectangulaire mesurant 60 cm de largeur, 20 cm de profondeur et 10 cm de hauteur.

   a) Dessine-la en perspective cavalière à l'échelle 1 cm = 5 cm.

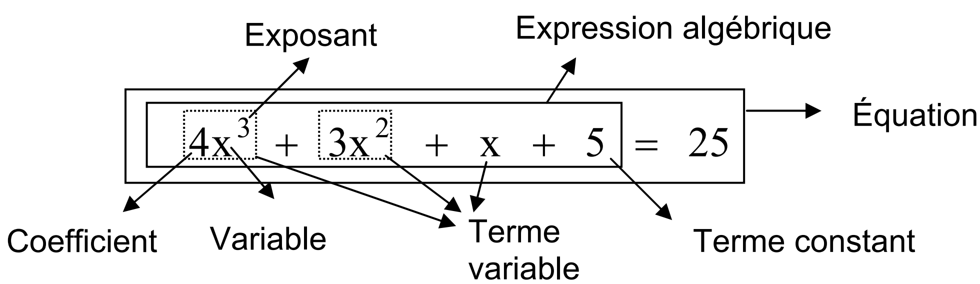
   b) Dessine-la en perspective axonométrique à l'échelle 1 cm = 5 cm.

Travail sur les fractions

POUR SIMPLIFIER UNE EXPRESSION ALGÉBRIQUE

OPÉRATIONS EN ALGÈBRE

(Rappel de la deuxième année du premier cycle)



Dans l'expression algébrique, il y a 3 termes variables et 1 terme constant. Alors, il y a 4 termes en tout. On l'appelle donc un polynôme à 4 termes.

Il y a un nom précis pour une expression algébrique à un, deux ou trois termes…

	Expression algébrique à un terme	Expression algébrique à deux termes	Expression algébrique à trois termes
Nom			
Exemple			

- Un polynôme est une expression algébrique réduite comprenant un ou plusieurs termes.

TERMES SEMBLABLES

Ce sont des termes formés des mêmes variables affectées <u>respectivement</u> des mêmes exposants, quel que soit le coefficient.

<u>Exemple 1</u>

a) $15\ st^7u^4$ et $-t^7su^4$ sont-ils des termes semblables? _______

b) Encercle les termes semblables parmi les termes suivants.

$-10xy^4z^7$ $\quad -z^7xy^4$ $\quad \frac{1}{3}x^4zy^7$ $\quad -\frac{5}{6}xz^7y^4$ $\quad 13y^4xz^7$

ADDITION ET SOUSTRACTION DE POLYNÔMES

Lors d'une addition et d'une soustraction de polynômes, on ne peut qu'additionner et soustraire les termes semblables. On doit donc tout d'abord les reconnaître et par la suite, effectuer les opérations sur les coefficients de ces termes semblables, les variables et les exposants demeurant les mêmes.

<u>Exemple 2</u>
Simplifie chacun des polynômes.

a) $-7ab^2 - 1 - 5b^2 + 3b^2a + 6b^2 - 7$

b) $2c^2d^3 - 7c^2 - 4c^3d^2 - 6c^2d^3 - c^3d^2 + 6c^2$

Comment ordonne-t-on un polynôme?

1) Il s'agit de mettre en ordre ___________ les variables et s'il y a plus d'un terme avec les mêmes variables, alors il faut inscrire ces termes par ordre décroissant d'exposants.
2) Le dernier terme est toujours le terme _________, s'il y en a un.

Exemples : Ordonne ces polynômes.

a) $b^2 - 5c^2 + 3a^2b$

b) $6mn + 3m^2n^2 - 5$

c) $8 - x$

c) $-\frac{x}{2}+x+\frac{y}{4}-\frac{2}{3}+3z-\frac{2x}{3}$

Pour **SIMPLIFIER UNE EXPRESSION ALGÉBRIQUE** ou **UN POLYNÔME,** il faut effectuer les opérations en respectant la priorité des opérations :

1) Parenthèses (simplifier ce que l'on peut à <u>l'intérieur</u>)
2) Exposants
3) Multiplication et/ou division
4) Addition et/ou soustraction

<u>Exemple 3</u>

Simplifie chacun des polynômes.

a) (5z + 4) – (-15z – 2) + 12

b) Soustrais $\frac{x}{4}+\frac{2y}{5}$ de $\frac{2x}{3}-\frac{y}{2}$.

*N.B. Si on doit soustraire une expression algébrique d'une autre, on doit **obligatoirement** utiliser les parenthèses. Ainsi, on pourra appliquer la propriété de la distributivité de la multiplication sur la soustraction ou l'addition.*

c) Soustrais 2a + 3b - 4c de 8a - 6b - 5c, puis ajoute $\frac{c}{2}$.

d) $-\left(\frac{y}{3}-\frac{3z}{5}+4\right)-\left(-\frac{y}{4}+\frac{5z}{6}-8\right)$

e) $(2a + 4a^2 – 9a – 7a^2 + 3) – (5 + 4a^2 – 8a + 1) + 2(3a)^2$

LOIS DES EXPOSANTS

Exemple 4

Trouve la réponse pour chacune des expressions exponentielles.

a) $5^2 =$ ____________________________

b) $3^3 =$ ____________________________

c) $155^1=$ ____________________________

d) $53^0 =$ ____________________________

e) 0^0 ____________________________

f) $(-2)^3 =$ ____________________________

g) $(-2)^4 =$ ____________________________

À la réponse finale, il ne doit plus y avoir de ________________.

h) $-2^3 =$ ____________________________

i) $-2^4 =$ ____________________________

j) $5^3 \bullet 5^6 =$ ____________________________

k) $(-7)^4 \bullet (-7) =$ ____________________________

l) $(-6)^5 \bullet (-6) =$ ____________________________

m) $7^5 \div 7^2 =$ ____________________________

n) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$ ____________________________

$$b^n = \underbrace{b \bullet b \bullet b \bullet b \bullet \ldots \bullet b}_{\text{n fois}}$$

où

b est ________________________

n est ________________________

b^n est ________________________

En fait, lorsqu'on travaille avec les exposants, il faut penser que l'on utilise une opération (à répétition) que l'on connaît déjà, c'est-à-dire la ____________.

Exemple 5

a) $(2^3)^4$ = ____

Lors d'une puissance de puissance, on ____________________________

b) $(2^4 \bullet 3)^2$ = ____

Lors d'une puissance d'un produit, on ____________________________

____

c) $\left(\dfrac{6}{7^3}\right)^3 =$ ____

Lors d'une puissance d'un quotient, on ___________________________

____

THÉORIE DES EXPOSANTS

Lois des exposants ($a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $m \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{R}$)	Exemples Réponses en notation exponentielle
1) $a^1 =$ ________	Le symbole « $\in$ » signifie ____________________ ____________________
2) $a^0 =$ ________ $a \neq 0$	
3) $a^m \cdot a^n =$ ___________	$2^3 \bullet 2^4 =$ _____________ $a^3 \bullet a^2 =$ _____________
4) $a^m \div a^n = \dfrac{a^m}{a^n} =$ ____________ $a \neq 0$	$\dfrac{5^5}{5^3} =$ ___________ $\dfrac{a^3}{a^5} =$ ________________
5) $(a^m)^n =$______________	$(2^4)^3 =$ ______________ $(a^2)^3 =$ ______________
6) $(a \cdot b)^m =$ ___________________	$(3 \cdot 7)^5 =$ ______________ $(a \cdot b)^3 =$ ______________
7) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m =$ _____ $b \neq 0$	$\left(\dfrac{3}{5}\right)^3 =$________________ $\left(\dfrac{c}{d}\right)^4 =$_________ avec $d \neq 0$

Exemple 6
Simplifie les expressions algébriques ci-dessous. Exprime ta réponse en notation exponentielle.

a) $5a \cdot 5a^2b =$

b) $-2^2a^2b^3 \cdot a^3b^5 =$

c) $\dfrac{7^5 x^3}{7^2 x} =$

d) $(x^2y^5)^4 =$

e) $(3y^4z) \cdot (3^2z^6)^2 =$

f) $\dfrac{5^7 a^8 b^{10} c^3}{(5a^2b^2c)^3} =$

MULTIPLICATION PAR UN MONÔME

→ Lors d'une multiplication de polynômes :

On doit multiplier chacun des termes du polynôme par le monôme. On applique alors la propriété de la distributivité ainsi que les propriétés des exposants pour effectuer la multiplication.

Exemple 7

Simplifie chacun des polynômes.

a) $7\left(2x - \frac{4}{3}\right) =$

b) $-5x\,(-2x + y - 1) =$

c) $\frac{3}{4}x^2y^2\left(-\frac{5}{3}x^3y + 2xy^4 - 8\right) =$

d) $5x^2y^3\,(x^3y - 3xy^4) - 2xy^4\,(x^4 - 4x^2y^3) =$

e) $-\frac{3}{4}y\,(2x - y) + 2x\left(-\frac{2}{3}y - \frac{1}{2}x\right) =$

DIVISION D'UN POLYNÔME PAR UN MONÔME

Donne 2 façons d'effectuer le calcul suivant :

$\frac{3+12+18}{3} =$ et $\frac{3+12+18}{3} =$

Lorsqu'on divise un polynôme par un monôme, on doit diviser chacun des termes du polynôme par le monôme, en appliquant les propriétés des exposants, et effectuer la somme des quotients simplifiés obtenus.

Exemple 8

Simplifie chacun des polynômes.

a) $\frac{3x^3+9x^2-21x}{3x} =$

b) $\frac{y^4-8y^2+4y}{4y} =$

c) $\frac{v^2-5v+7}{2v} =$

d) $(16a^2c^5 - 10ac^4) \div 4ac =$

e) $\frac{12a^3x^4 + 16a^2x^6 - 4ax^8 + 2ax^3}{2ax^3} =$

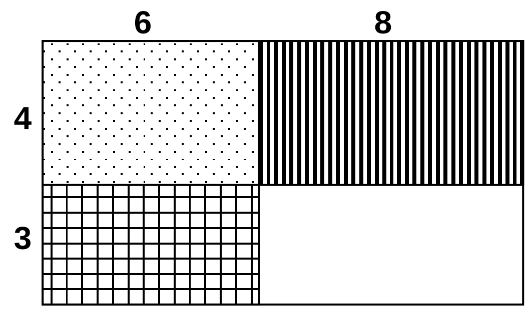
f) $(2b^3c^3d - 3b^2c^4d^2 + 5\ b^2c^3d) \div 3\ b^2c^3d =$

g) $\left(\frac{2p^4}{3} - \frac{5p^6}{9}\right) \div 10p^2 =$

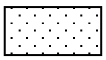
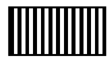
MULTIPLICATION D’UN BINÔME PAR UN BINÔME

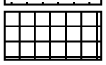
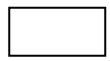
(DOUBLE DISTRIBUTIVITÉ)

Exemple 9



a) Calcule l’aire de chacun des 4 rectangles ci-dessus.

 A = ______________________  A = ___________________

 A = ______________________  A = ___________________

b) Calcule, de 2 façons différentes, l’aire totale du grand rectangle ci-dessus.

1) ____

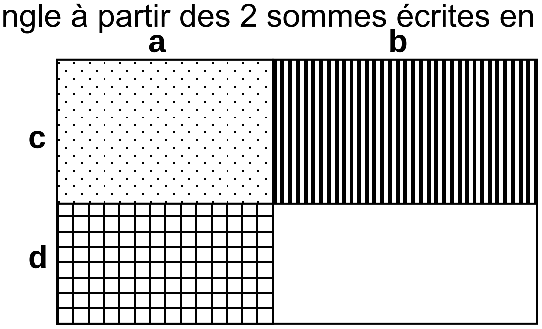
2) ____

c) Quelle somme représente la **longueur** du rectangle ? ___________

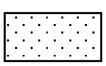
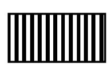
d) Quelle somme représente la **largeur** du rectangle ? _____________

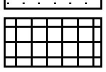
e) Représente l’aire du grand rectangle à partir des 2 sommes écrites en c et en d.

____



f) Calcule l’aire de chacun des 4 rectangles ci-dessus.

 A = ___________  A = ___________

 A = ___________  A = ___________

g) Quelle somme représente la **longueur** du rectangle ? ___________

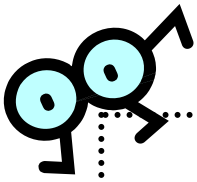
h) Quelle somme représente la **largeur** du rectangle ? _____________

i) Représente l’aire du grand rectangle à partir des 2 sommes écrites en g et en h.

____

j) Observe tes réponses en f et en i et complète l’égalité suivante :

(a + b) (c + d) = ____



La double distributivité est la multiplication d'un binôme par un binôme.
Il s'agit de prendre à tour de rôle les termes du premier binôme et de les distribuer sur chaque terme du second binôme.

Exemple 10

Simplifie chacun des polynômes.

a) $(x + 2y)(3x + 8y) =$ ______________________________

____

b) $(7m - 3t)(4m + t) =$ ______________________________

____

c) $(a - 3b)(5a - 2b) =$ ______________________________

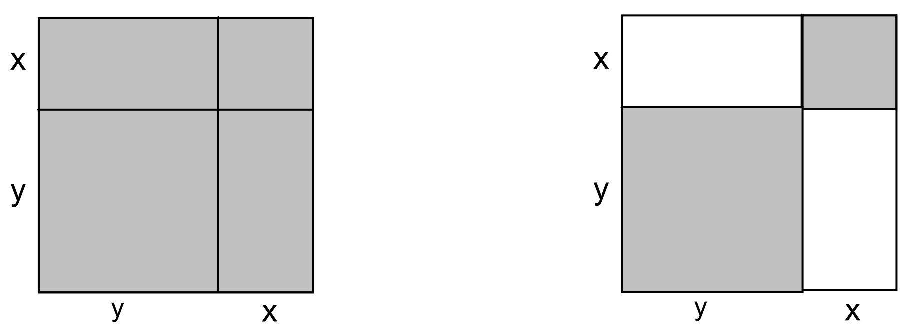
____

d) $(x + y)^2 =$ ______________________________

____

PREUVE EN TERMES DE SURFACE

$(x + y)^2$



$x^2 + 2xy + y^2 \neq x^2 + y^2$

e) $(a + b)(a - b) =$ ______________________________

____

f) $(x + y)(3x - 2y) - (x^2 + 2xy - 4y^2) =$ ______________________________

____

g) $(a - b)^2 + (a + b)^2 =$ ____________________

h) $(x + y)^2 - (x - y)(x - y) =$ ____________________

i) $(a + b)^2 - (a - b)^2 =$ ____________________

<u>QU'EST-CE QU'UNE PROPORTION?</u>

<u>Proportion</u> : ÉGALITÉ de deux rapports.

Exemples :

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \qquad \frac{3}{5} = \frac{30}{50} \qquad \frac{4}{3} = \frac{12}{9}$$

« Le produit des extrêmes est toujours égal au produit des moyens. »

Donc, dans la proportion suivante :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\underbrace{a \cdot d}_{\text{Les extrêmes (à gauche)}} = \underbrace{c \cdot b}_{\text{Les moyens (à droite)}}$$

* De la proportion $\frac{3}{2+x} = \frac{5}{4}$, on déduit l'équation ______________

POUR RÉSOUDRE UNE ÉQUATION

Pour résoudre une équation, il faut respecter quelques règles bien simples.

I. On peut additionner ou soustraire une même quantité aux deux membres de l'équation tout en conservant l'égalité vraie.

II. On peut multiplier ou diviser une même quantité (non nulle) aux deux membres de l'équation tout en conservant l'égalité vraie.

- Simplifier l'équation
- Résoudre l'équation : faire le travail inverse de la simplification de polynômes
  1) Addition et/ou soustraction
  2) Multiplication et/ou division
  3) Exposants
  4) Parenthèses (simplifier ce que l'on peut à l'intérieur)

Exemple 11

Résous chacune des équations suivantes.

a) $-17 = -3x + 4$

b) $2n - 5 = n - 9$

c) $a + 6 + 3a = 7a - 6$

d) $\frac{2}{y} = \frac{5}{y-3}$

e) $3(2d - 5) - 2d + 5 = -2(2d - 5)$

f) $-z + 5 - 2(-z + 5) = \frac{z-5}{2}$

Exemple 12

Isole la variable demandée :

a) Aire d'un triangle :

$A = \dfrac{B \bullet h}{2}$, isole h

b) Aire d'un triangle équilatéral :

$A = \dfrac{c^2 \bullet \sqrt{3}}{4}$, isole c

c) Aire d'une couronne :

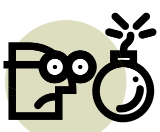
$A = \pi\,(r_1^2 - r_2^2)$, isole r_1

d) Volume d'un segment sphérique :

$V = \dfrac{1}{6}\pi h^3 + \dfrac{(B+b)h}{2}$, isole B

e) $\dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{2}$, isole x

f) $-\dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{2d} = \dfrac{1}{2}$, isole d



Défis !!

g) $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{c}$, isole b

h) Variation de l'énergie cinétique :

$\Delta k = \dfrac{1}{2} m v_f^{\,2} - \dfrac{1}{2} m v_i^{\,2}$, isole v_i

LE TRIANGLE RECTANGLE

Le triangle rectangle est un triangle ayant un angle droit (de 90°).

- Hypoténuse d'un triangle rectangle :

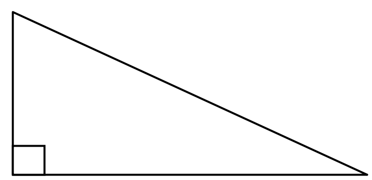
  C'est le côté du triangle qui est opposé à l'angle droit.

  C'est le côté le plus long du triangle rectangle.

- Cathète d'un triangle rectangle :

  C'est un des deux côtés qui forme l'angle droit dans un triangle rectangle.

Identifie chacun des côtés du triangle rectangle.



> RAPPEL : Peu importe le type de triangles, la somme des mesures des angles intérieurs est toujours égale à 180°.

PROPRIÉTÉ DU TRIANGLE RECTANGLE AYANT UN ANGLE DE 30°

Activité 1

Trace un triangle équilatéral de 7 cm de côté.
Ensuite, trace la hauteur. Tu devrais ainsi découvrir deux triangles rectangles ayant des angles de ___, ______ et ______.

Quelles sont les mesures des cathètes ? __________ et __________

Activité 2

Construis un triangle rectangle tel que la mesure de l'hypoténuse est le double de la mesure d'un des côtés de l'angle droit de ce triangle.
Quelle est la mesure de l'angle opposé au plus petit côté de ce triangle ? __________.

Construction d'un **TRIANGLE RECTANGLE AYANT UN ANGLE DE 30°**

*** *Affiche l'aide (F1) et prends soin de bien lire les commentaires au bas de la fenêtre CABRI.*

1) Trace le 1er côté du triangle avec l'outil **segment** : désigne les 2 extrémités du segment par 2 points.

2) Trace une droite perpendiculaire à ton segment avec l'outil **droite perpendiculaire** : désigne une extrémité du segment et ensuite le segment.

3) Trace le 2ième côté du triangle en créant un segment SUR LA DROITE PERPENDICULAIRE QUE TU AS CONSTRUITE À L'ÉTAPE 2 avec l'outil **segment** : désigne les 2 extrémités du segment par 2 points sur la droite (l'intersection de la droite perpendiculaire et du segment doit être l'un des 2 points).

4) Trace le 3ième côté du triangle en reliant les 2 extrémités libres de tes 2 premiers segments avec l'outil **segment**.

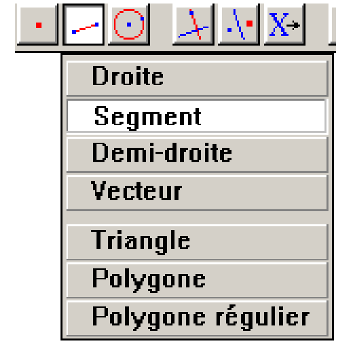
5) Cache la droite perpendiculaire de l'étape 2 avec l'outil **Cacher/Montrer** : clique sur la droite perpendiculaire.

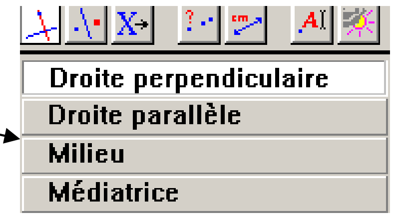
6) Affiche les mesures de chacun des angles avec l'outil **Mesure d'angle** du menu **Mesure** : désigne 3 points (le 2ième point est le sommet).

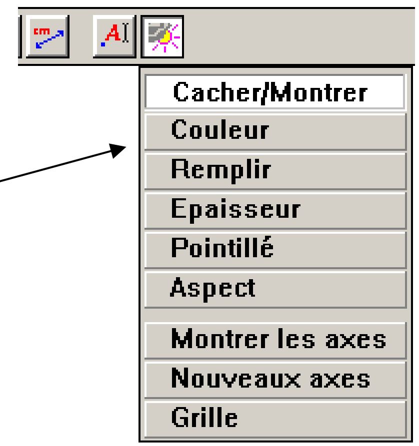
7) Déplace l'un des sommets de façon à former un angle de **30,0° exactement**.

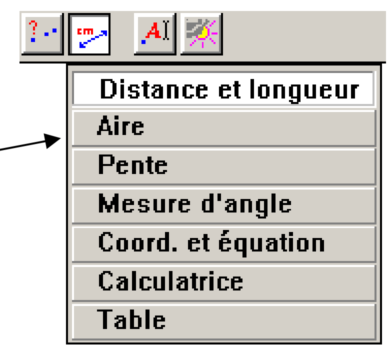
8) Affiche la mesure des 3 côtés de ton triangle avec l'outil **Distance et longueur** : clique sur chacun des côtés.

ENREGISTRE TA FIGURE CABRI !!!









En observant les résultats de ces activités, que peux-tu conclure ?

1) *Si je cherche la mesure d'un côté :*

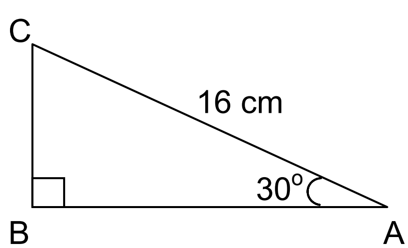
Dans tout triangle rectangle possédant un angle de 30°, la mesure du côté opposé (cathète opposée) à l'angle de 30° correspond à la moitié de la mesure de l'hypoténuse.

2) *Si je cherche la mesure d'un angle :*

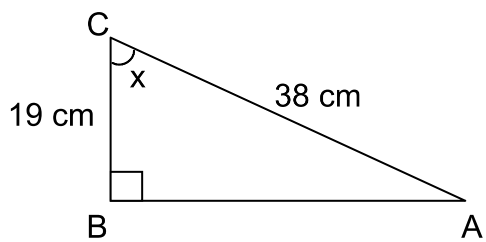
Dans tout triangle rectangle possédant un angle de 30°, lorsque la mesure d'un côté (d'une cathète) correspond à la moitié de la mesure de l'hypoténuse, alors la mesure de l'angle opposé à ce côté (cette cathète) est de 30°.

Exemple 13

a) Quelle est la mesure du côté BC de ce triangle rectangle ? Justifie ta réponse.

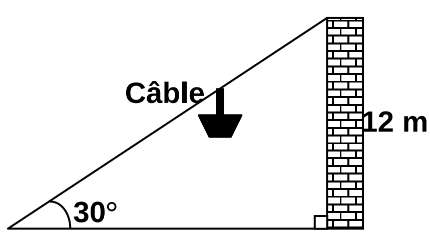


b) Quelle est la mesure de l’angle ACB de ce triangle rectangle ? Justifie ta réponse.



c) Pour faire descendre du matériel de construction du sommet d'un édifice de 12 m de hauteur, on fait glisser un panier à l'aide d'un câble qui forme un angle de 30° avec le sol.

Inspire-toi du dessin et trouve la longueur de câble nécessaire. Justifie ta réponse.

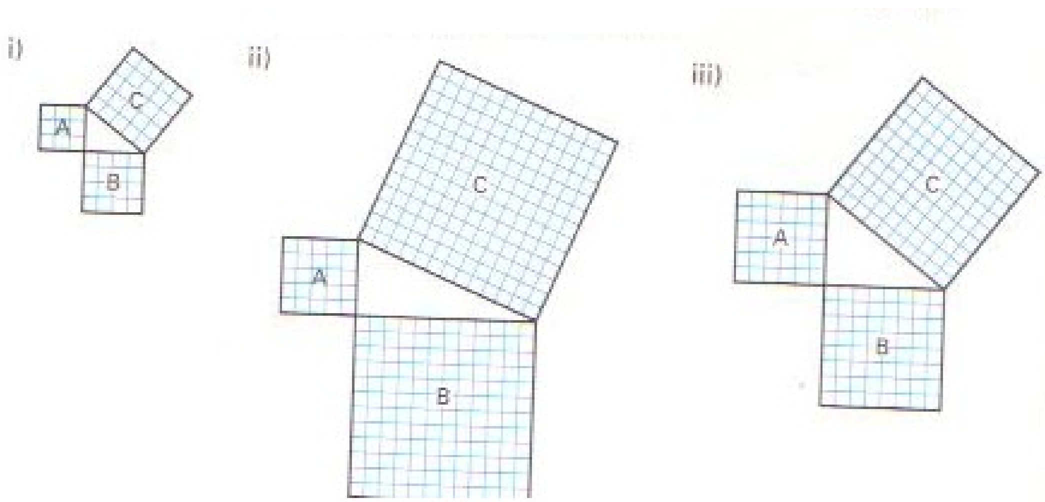


LA RELATION DE PYTHAGORE

Dans tout triangle rectangle, le carré de la mesure de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des mesures des deux cathètes.

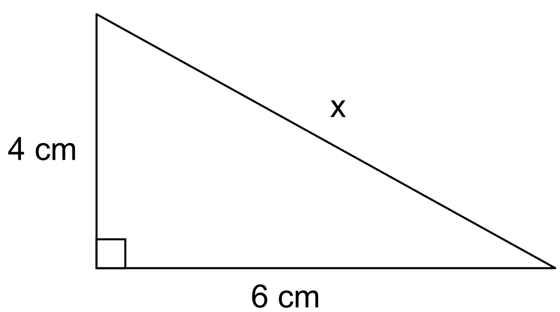
Cecis'écrit :

(mesure d'une cathète)^2 + (mes. d'une cathète)^2 = (mes. de l'hypoténuse)^2

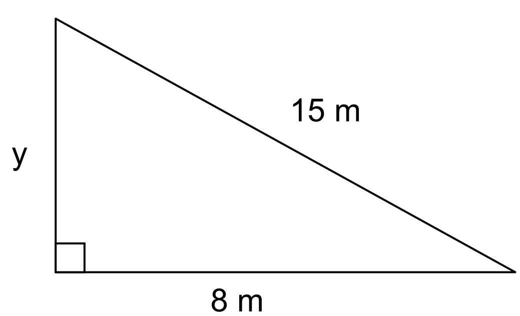


Exemple 14 : Trouve la valeur de la variable pour chacun de ces triangles. N'oublie pas d'écrire la formule et la démarche. Arrondis tes calculs au millième près.

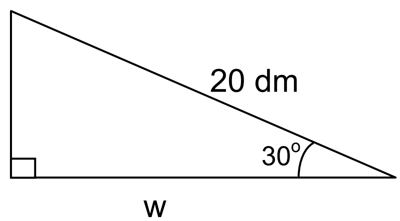
a)



b)



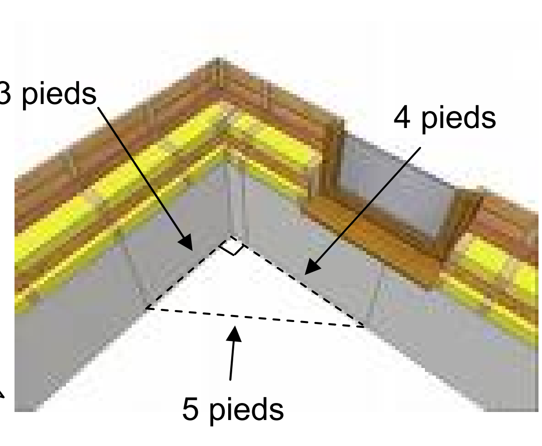
c)



d) Lors d'une violente tempête, un arbre est cassé à 13 mètres de son sommet. Quelle était la hauteur totale de cet arbre, si sa partie supérieure touche le sol à 5 mètres de sa base? (Tu peux faire un dessin pour t'aider !)

e) Quelle est la mesure de la cathète d'un triangle rectangle isocèle, sachant que la mesure de l'hypoténuse est égale à 38 cm ?

Le théorème de Pythagore n'est pas seulement utilisé dans ton cours de mathématique! Il est très souvent utilisé et ce dans plusieurs domaines différents, notamment en construction pour s'assurer, par exemple, que deux murs soient parfaitement perpendiculaires.

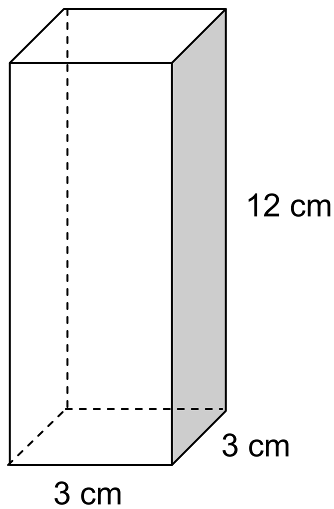


LES DIAGONALES DU PRISME

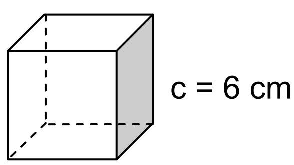
Exemple 15 :

Dans ces prismes, trouve les mesures des deux diagonales (diagonale de la base et du prisme). N'oublie pas d'écrire les formules et la démarche et arrondis tes calculs au millième près. Le dessin n'est pas à l'échelle.

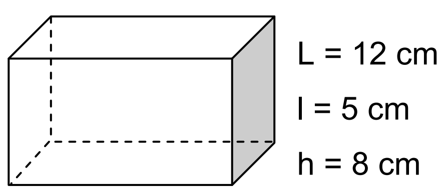
a)



b)

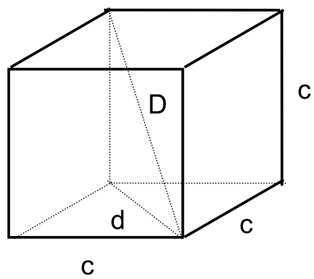


c)



LES DIAGONALES DU CUBE

Il existe un triangle rectangle *imaginaire* dans le cube et il vérifie bien sûr la relation de Pythagore.



où,

- ✐ c est ___________________________________
- ✐ d est ___________________________________
- ✐ D est ___________________________________

- Diagonale de la base (d) :

- Diagonale du cube (D) :

❖ la diagonale du CARRÉ se calcule : _________________

❖ la diagonale du CUBE se calcule : _________________

où c est la mesure du côté ou de l'arête.

Attention! Ces formules ne sont valables que pour le **carré** et le **cube**.
Si le solide n'est pas un cube, on doit appliquer la relation de Pythagore.

LES ENSEMBLES DE NOMBRES

Lorsque l'on travaille avec la relation de Pythagore, on doit utiliser la racine carrée et il arrive souvent que l'on doive utiliser des nombres qui ne sont pas entiers… Voici un petit tableau résumé sur les ensembles de nombres.

$\mathbb{R}$ **Nombres réels** : chacun des nombres ____________________ et ______________________ réunis.

$\mathbb{Q}$ **Nombres rationnels** : chacun des nombres pouvant s'écrire sous la forme d'une _______________ où le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers (dénominateur différent de zéro). La partie décimale de ces nombres est finie ou infinie et ____________________. La période est le groupe de chiffres qui se répètent indéfiniment.

$$\frac{1}{7} = 0{,}142\ 857\ 142\ 857\ 142\ldots = 0{,}\overline{142\ 857}$$

la période

$$-\frac{1}{3} = -\ 0{,}333\ 333\ \ldots = -\ 0{,}\overline{3}$$

$$\frac{7}{4} = 1{,}750\ 000\ldots = 1{,}75\overline{0} = 1{,}75$$

$\mathbb{Z}$ **Nombres entiers** : chacun des nombres entiers positifs, _____________, ou nul.

-15   -1000   53

$\mathbb{N}$ **Nombres naturels** : chacun des nombres entiers ____________ ou nul.

0   10   75

$\mathbb{Q}'$ **Nombres irrationnels** : chacun des nombres ne pouvant pas s'écrire sous la forme d'une fraction où le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers. La partie décimale de ces nombres est infinie et _________________.

$\sqrt{3}$ π $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Les ensembles de nombres sont représentés par des lettres :

Le symbole $\mathbb{N}$ vient du mot italien *naturale*, qui veut dire naturel.

Le symbole $\mathbb{Z}$ vient du mot allemand *zahl*, qui veut dire nombre.

Le symbole $\mathbb{Q}$ vient du mot italien *quotiente*, qui veut dire quotient.

Le symbole $\mathbb{R}$ vient du mot allemand *real*, qui veut dire réel.

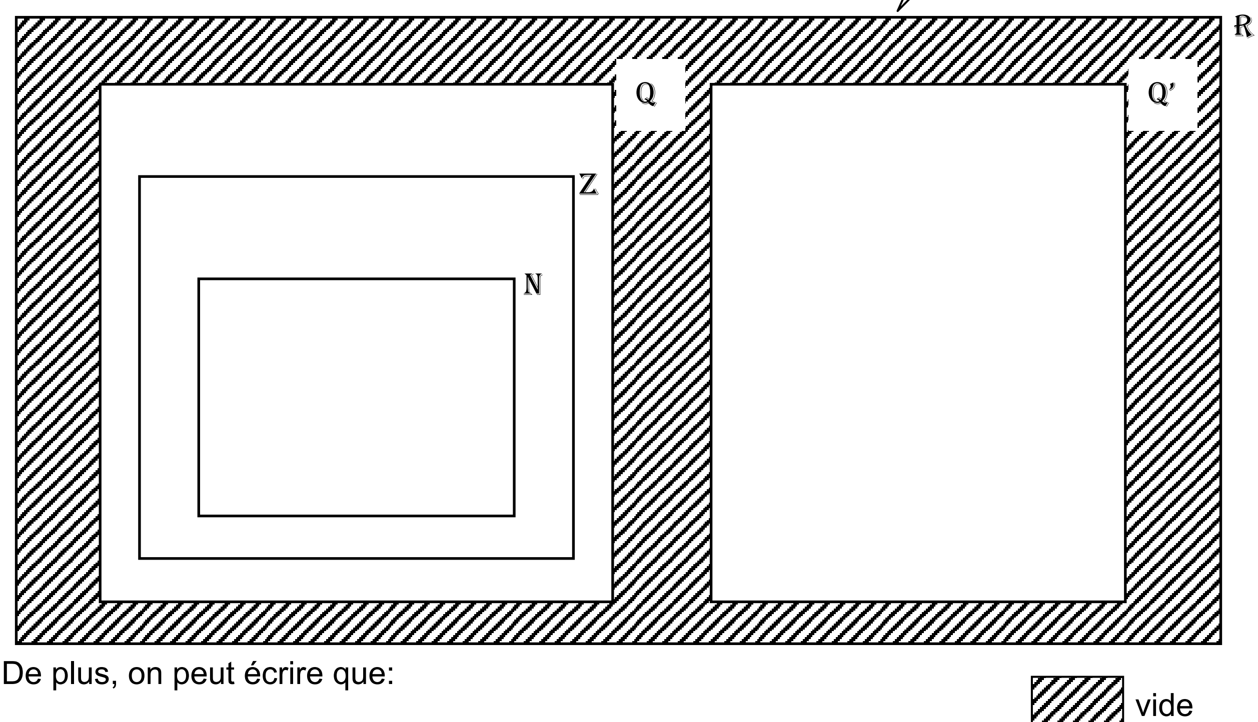
Ces symboles viennent tout simplement des mathématiciens qui ont travaillé sur ces nombres : Richard Dedekind (1831-1916), un allemand, et Giuseppe Peano (1858-1932), un italien.

C'est comme le principe des poupées russes !

<u>Exemple 16</u> : Place chaque nombre suivant dans son ensemble.

Sois le plus précis possible.

$\sqrt{8}$, -3, 5π , $-\dfrac{5}{9}$, $-\sqrt{25}$, $\dfrac{16}{4}$, $\left(\dfrac{6}{5}\times\dfrac{25}{2}\right)^2$, $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[3]{-64}$



De plus, on peut écrire que:

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$\mathbb{Q}' \subset \mathbb{R}$

$\mathbb{Q}' \not\subset \mathbb{Q}$ et $\mathbb{Q} \not\subset \mathbb{Q}'$

Le symbole $\subset$ signifie que le premier ensemble est inclus dans le second, alors que le symbole $\not\subset$ signifie qu'il n'est pas inclus.

SECTION 1.3 – MISE AU POINT

1) Remplis tous les espaces appropriés.

a) Les puissances de base b et d'exposants 2 et 3 sont appelées respectivement le ____________ de b et le __________ de b.

b) Une base affectée de l'exposant 1 donne toujours _____________________.

c) N'importe quelle base différente de zéro affectée de l'exposant zéro donne toujours la valeur __________. La valeur de 0^0 est non définie.

e) Une base négative affectée d'un exposant impair donne une réponse______.

f) Une base négative affectée d'un exposant pair donne une réponse _______.

g) L'opposé d'une base positive affectée d'un exposant quelconque donne toujours une réponse ___________________.

h) Lors d'un produit de deux ou plusieurs quantités de même base, on _____________ les exposants et la base reste la _____________.

i) Lors d'un quotient de deux ou plusieurs quantités de _______________ base, on _____________ les exposants et la base reste la ______________________.

2) Simplifie les expressions algébriques ci-dessous en effectuant les opérations.
De j) à r), exprime tes réponses en notation exponentielle.

a) $x\ (y + x) =$ ____

b) $z – (y – z) =$ ____

c) $x\ (x + z) + z\ (x + z) =$ ________________________________

d) $y^4 \div y^3 =$ ____

e) $x\ (x^2 + y) + y\ (x^2 + y) =$ ______________________________

f) $(x^5)^2 =$ ____

g) $3x(2x – y) =$ ____

h) $-2y(x – 3y + z) =$ ____________________________________

i) $-2x^2y^3(2x^2 + xy^2 – 2xy) =$ ____________________________

j) $5a \bullet 5a^2b =$ ____

k) $(a^3b^2)^5 =$ ____

l) $-2x^4y^2 \bullet xy^3 =$ _______________________________________

m) $(7g^3h) \cdot (7^2h^2)^5 =$ ______________________________

n) $\dfrac{30w^5}{15w^2} =$ ______________________________

o) $\dfrac{5^2x^5y^4 \bullet 5x^2z^{11}}{(5x^3y^2z^2)^2} =$ ______________________________

p) $\left(\dfrac{2^3a^2c^3}{2a^2b^2c}\right)^3 =$ ______________________________

q) $\left(\dfrac{5^2x^5y^3 \bullet 5}{5x^3y^2x^2}\right)^3 =$ ______________________________

r) $\left(\dfrac{7wz \bullet 7^2w^4z^6}{7^3w^2z^3}\right)^3 =$ ______________________________

3) Simplifie les polynômes suivants.

a) $(168w^5 + 98w^4) \div 14w^2 =$

b) $(168w^5 + 98w^4) \div 7w =$

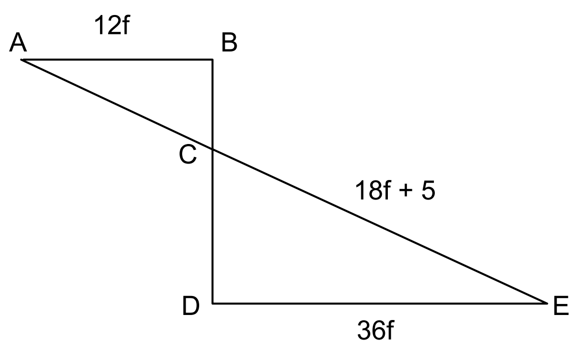
c) $(168w^5 + 98w^4) \cdot (14w^2 \div 7w) =$

d) $(168w^5 + 98w^4) \div (14w^2 \div 7w) =$

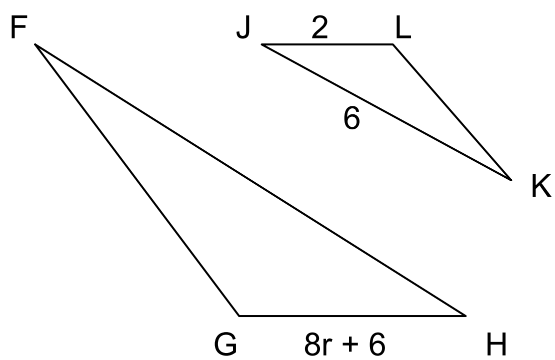
e) $(168w^5 + 98w^4) \div (14w^2 \bullet 7w) =$

4) Dans chacune des figures suivantes, les **triangles sont semblables**. Trouve le polynôme qui représente la mesure du segment demandée. N'oublie pas ta démarche.

a) Trouve le polynôme qui représente la mesure du segment $\overline{AC}$?



b) Trouve le polynôme qui représente la mesure du segment $\overline{FH}$?



5) Simplifie les polynômes suivants.

a) $(x+y)^2 - (x+y)^2 =$

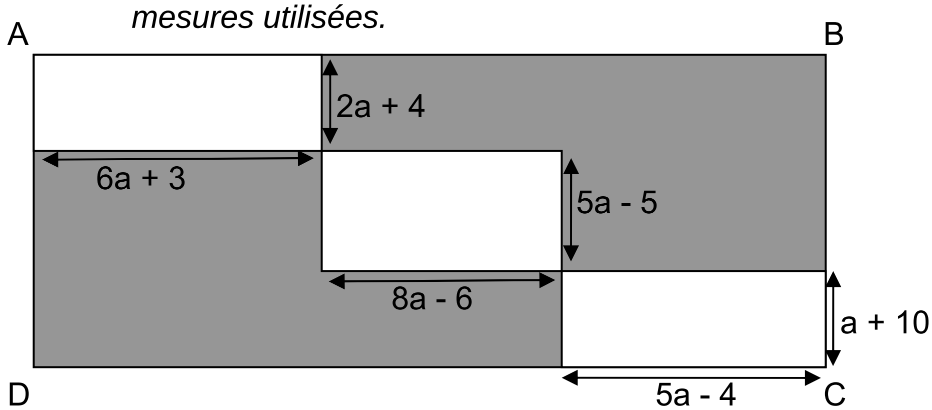
b) $(2c – 3d)(2c + 3d) – (-c + 2d)(7c – 2d) =$

c) $(-3a^2 + 5b)^2 – (-4a^4 – 17\ a^2b – 25\ b^2) =$

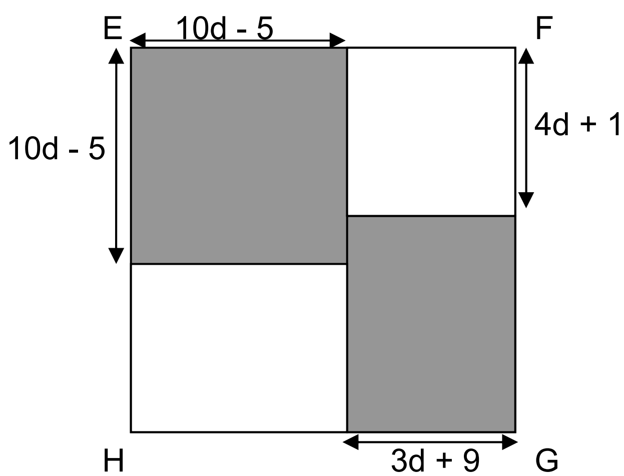
d) $(-3p – 7q)^2 – (-4p + q)(-3p – 7q) =$

e) $x^2 – y^2 – (x+y)(x-y) =$

6) a) Calcule l'aire de la partie ombrée de ce rectangle. Toutes les mesures sont en données en centimètres. *N'oublie pas d'identifier d'où viennent toutes les mesures utilisées.*

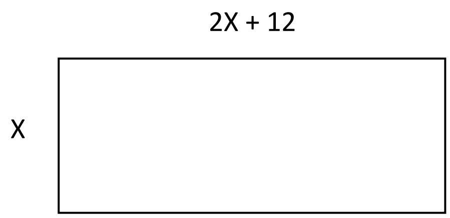


b) Calcule l'aire de la partie ombrée de ce carré. Toutes les mesures sont en données en centimètres. *N'oublie pas d'identifier d'où viennent toutes les mesures utilisées.*

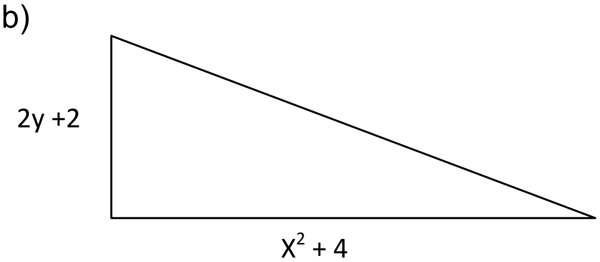


7) Détermine l'expression algébrique représentant l'aire des polygones suivants.

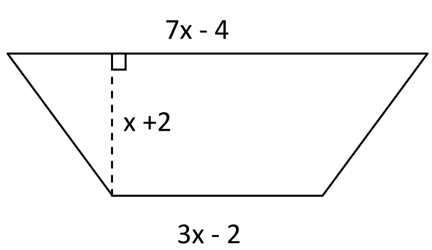
a)



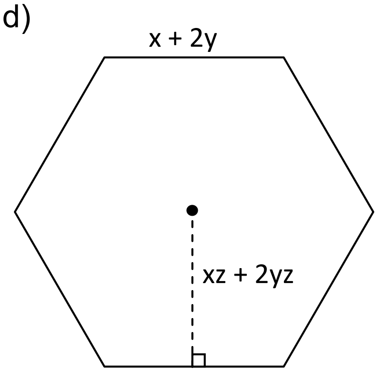
b)



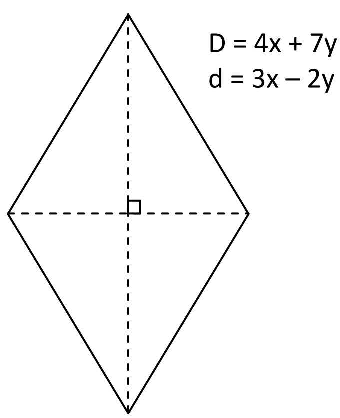
c)



d)



e)



8) Résous les équations suivantes.

a) $3z - 5 = 5z + 3$

b) $\frac{4}{5}m - 5 - 6m + \frac{2}{3} = -3m - \frac{4}{3}$

c) $6a - 4 - (9a + 8) = 5(a + 4)$

d) $3(-3p + 4) - 2(2p - 6) = -2$

e) $\frac{2}{x} = \frac{6}{x-4}$

f) $\frac{n+6}{2} = n - 4$

g) $x + \frac{x}{4} = 6 + \frac{x}{4}$

h) $\frac{14}{x} = \frac{84}{18}$

i) $\frac{y+4}{3}$ - 4 = 3(2y – 6) + 4

j) $\frac{x+7}{3}+\frac{2}{9}=-4x+\frac{5}{2}$

k) $\frac{5x}{3}-(2x-4)=2(x+\frac{2}{7})-1$

l) $\frac{4}{x}+\frac{1}{2}=\frac{3}{5}$

9) Isole la variable demandée à partir de l'équation donnée.

a) $E = mc^2$, isole c

b) $V = \frac{4\pi r^3}{3}$, isole r

c) $A = \frac{D \bullet d}{2}$, isole d

d) $A = \frac{(B+b)h}{2}$, isole b

e) $A = 2\pi rh + 2\pi r^2$, isole h

f) $A_T = \pi r a_c + \pi r^2$, isole a_c

10) Isole la variable demandée à partir de l'équation donnée.

a) P = UI , isole I

b) E = UIt , isole U

c) $R = \frac{U}{I}$, isole I

d) E = Pt , isole P

e) $E = mc\Delta T$, isole c

f) $P = RI^2$, isole I

g) $V = \frac{A_B \bullet h}{3} - \pi r^2 h$, isole r

h) $(\sin a)^2 + (\cos a)^2 = 1$, isole $(\cos a)$

i) $\frac{(\sin a)}{(\sin b)} = \frac{n_2}{n_1}$, isole n_1

j) $\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$, isole d_1

11) Complète chaque énoncé portant sur les triangles.

a) Dans un triangle rectangle, chacun des côtés adjacents à l'angle droit s'appelle ______________________.

b) Pour tous les triangles, la somme des angles intérieurs vaut _______ .

c) Lorsqu'un triangle rectangle est aussi isocèle, c'est parce la mesure de deux de ses angles est de ____.

d) Le côté opposé à l'angle droit dans un triangle rectangle s'appelle ____________ .

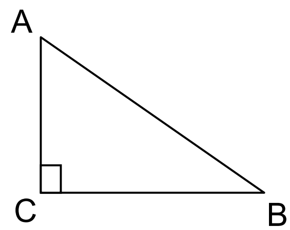
e) Dans un triangle rectangle, le côté opposé à l'angle de 30° a pour mesure ____________________ de la mesure de l'hypoténuse.

12) Voici les mesures de plusieurs triangles rectangles (les dessins ne sont pas à l'échelle!). Pour chacun de ces triangles, donne la mesure manquante en écrivant ta démarche.

a) m $\overline{AB}$ ≈

m $\overline{AC}$ ≈ 3 cm

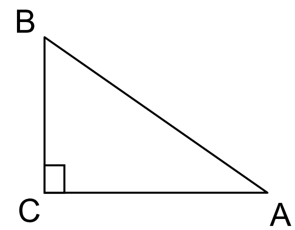
m∠B = 30°



b) m $\overline{AB}$ ≈ 13 cm

m $\overline{BC}$ ≈

m∠A = 30°

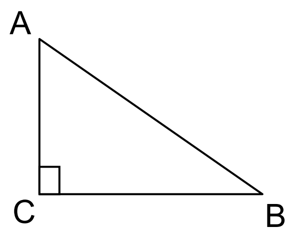


c) m $\overline{AB}$ ≈ 7 cm

m $\overline{AC}$ ≈ 3,5 cm

$m\overline{BC}$ ≈ 6,06 cm

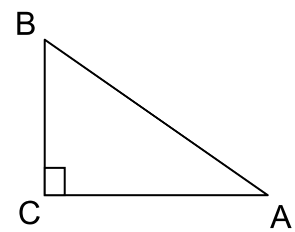
m∠B =



d) m $\overline{BC}$ ≈ 8 cm

m $\overline{AC}$ ≈

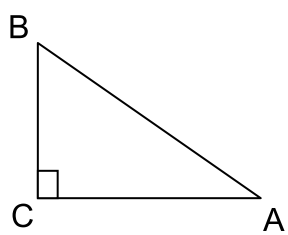
m∠B = 45°



e) m $\overline{AB}$ ≈ 17,8 cm

m $\overline{BC}$ ≈ 8,9 cm

m∠B =

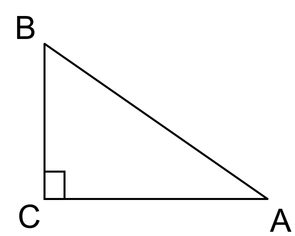


f) m $\overline{BC}$ ≈ 3 cm

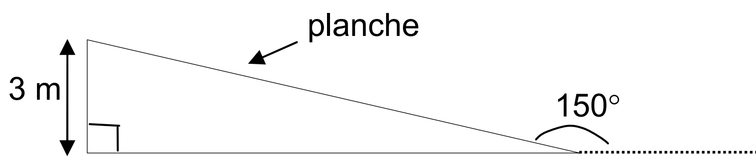
m $\overline{AC}$ ≈ 3 cm

m∠B =

m∠A =



13) Caroline et Eric voudraient rouler un objet sur une planche pour pouvoir l'élever de 3 mètres en tout. Selon le schéma ci-dessous, quelle doit être la longueur de la planche pour pouvoir rouler l'objet jusqu'en haut?

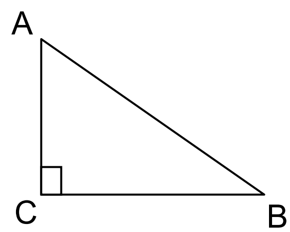


14) Voici les mesures de plusieurs triangles rectangles (les dessins ne sont pas à l'échelle!). Pour chacun de ces triangles, donne la mesure manquante. Écris ta démarche et arrondis au millième près.

a) m $\overline{AB}$ ≈

m $\overline{BC}$ ≈ 4 cm

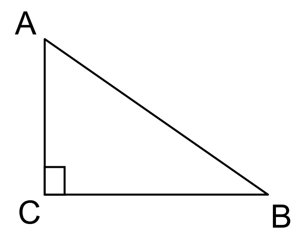
m $\overline{AC}$ ≈ 3 cm



b) m $\overline{AB}$ ≈ 13 cm

m $\overline{BC}$ ≈

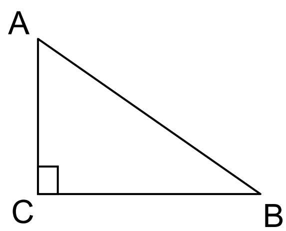
m $\overline{AC}$ ≈ 5 cm



c) $m\overline{AB} \approx$ 20 mm

$m\overline{BC} \approx$

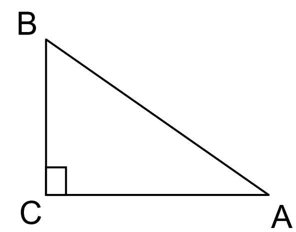
$m\angle B = 30°$



d) $m\overline{AB} \approx$ 8 cm

$m\overline{BC} \approx$ 4 cm

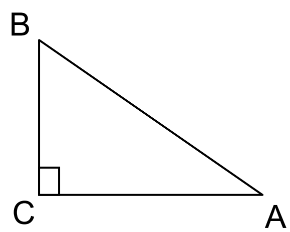
$m\overline{AC} \approx$



e) $m\overline{AB} \approx$ 53 m

$m\overline{BC} \approx$ 28 m

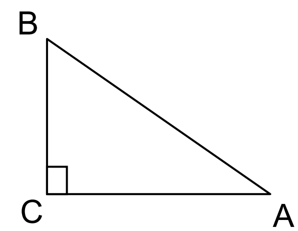
$m\overline{AC} \approx$



f) $m\overline{AB} \approx$

$m\overline{BC} \approx$ 12 mm

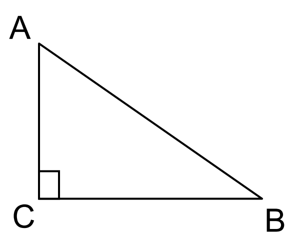
$m\overline{AC} \approx$ 35 mm



g) $m\overline{AB} \approx$

$m\overline{BC} \approx$ 22 mm

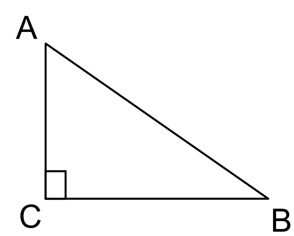
$m\angle B = 45°$



h) $m\overline{AB} \approx$ 49 cm

$m\overline{BC} \approx$

$m\angle A$ = 60°



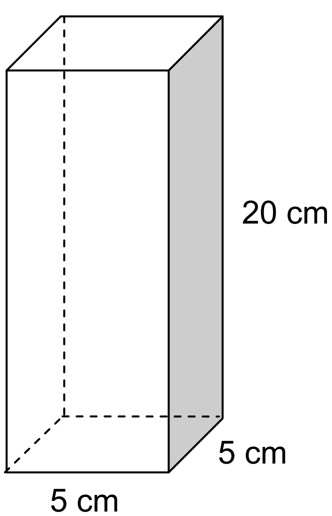
15) Alors qu'il balayait les fréquences avec son récepteur de radio amateure, Joseph entendit un pilote d'avion annoncer qu'il survolait le Cosmodôme à une altitude

de 3,5 km. Joseph se tourna et aperçu l'avion dans le ciel. Sachant que Joseph était situé à 5 km du Cosmodôme, peux-tu trouver la distance (au centième près) qui séparait l'avion de Joseph au moment de la réception du message?
(Pour t'aider, tu peux représenter la situation par un schéma!)

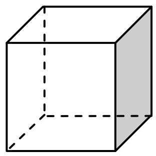
La distance séparant Joseph de l'avion était d'environ

____

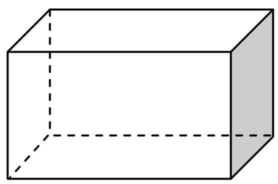
16) Dans ce prisme droit à base carrée, trouve les mesures des deux diagonales (diagonale de la base et du prisme). N'oublie pas d'écrire les formules et la démarche et arrondis tes calculs au millième près. Le dessin n'est pas à l'échelle.



17) Pour chacun des prismes suivants, détermine, au millième près, la longueur de sa diagonale.

a) 

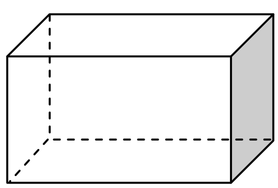
c = 8 cm

b) 

L = 12 cm

l = 5 cm

h = 5 cm

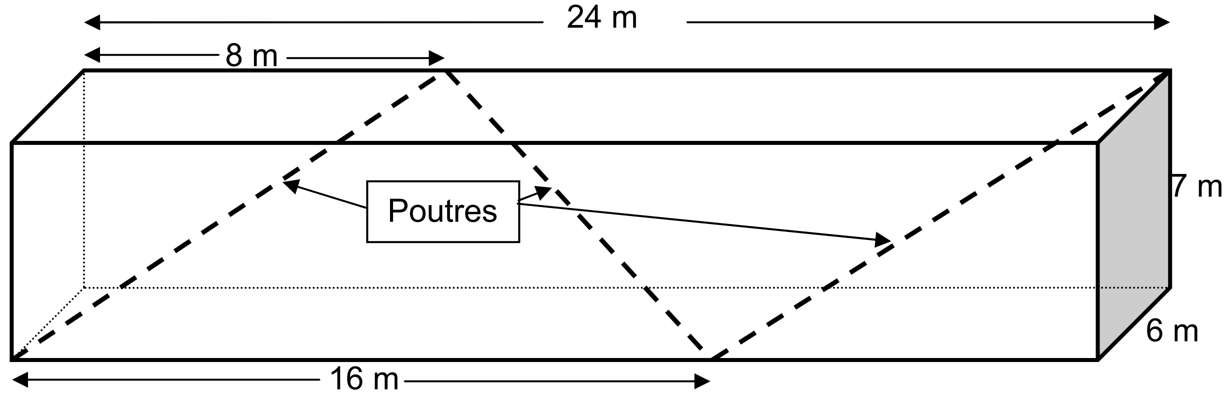
c) 

L = 22 cm

l = 8 cm

h = 10 cm

18) Pour solidifier une construction, des ingénieurs ont installé trois poutres transversales dans la structure, comme illustré ici. Arrondis tes calculs au millième près.



Calcule la longueur de ces poutres.

19) Indique si les nombres réels suivants sont rationnels ou irrationnels.

a) $0,\overline{123}$ ____________________ b) 14,4567 ____________________

c) $\frac{2}{3}$ ____________________ d) $-\sqrt{25}$ ____________________

e) $\frac{17}{19}$ ____________________ f) $\sqrt[3]{210}$ ____________________

g) $-\sqrt{39,69}$ ____________________ h) $\sqrt[3]{-343}$ ____________________

i) $2,365\overline{78}$ ____________________ j) $\frac{4\pi}{3}$ ____________________

SECTION 1.2 – SAVOIRS

SOLIDES

DÉFINITIONS

Associe chaque définition à un mot choisi dans l'encadré suivant.

corps rond	solide	prisme à base triangulaire
polyèdre	parallélogramme	pyramide régulière
prisme	prisme à base pentagonale	polyèdre régulier
prisme droit	polygone régulier	prisme oblique
pyramide droite	prisme à base rectangulaire	cercle

1) Figure à deux dimensions dont tous les côtés et tous les angles sont congrus. ____________________

2) Figure à trois dimensions limitée par une surface fermée rigide contenant un espace. ____________________

3) Solide ayant au moins une surface courbe. Exemples : cône, cylindre, sphère. ____________________

4) Solide limité de toutes parts par des polygones plans qui sont appelés faces du solide. ____________________

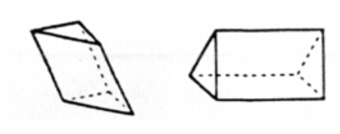
5) Polyèdre qui s'inscrit dans une sphère **ET** dont toutes les faces sont représentées par des polygones réguliers congrus. ____________________

6) Quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles. ____________________

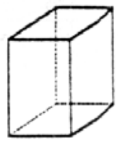
7) Ligne fermée dont tous les points sont à égale distance d'un même point appelé centre. ____________________

8) Polyèdre ayant une paire de faces (deux polygones) congruentes et parallèles reliée par des parallélogrammes. Ces deux polygones sont les bases du solide. ____________________

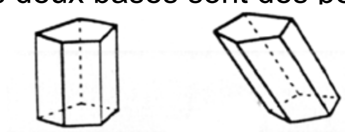
9) Prisme dont les deux bases sont des triangles. ____________________
Exemples :



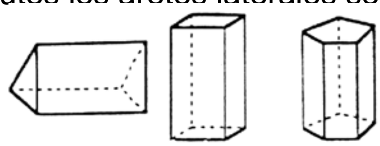
10) Prisme dont les deux bases sont des rectangles. ______________________
Exemple :



11) Prisme dont les deux bases sont des pentagones. ______________________
Exemples :

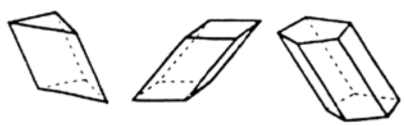


12) Prisme dont toutes les arêtes latérales sont perpendiculaires aux bases.
Exemples :



____

13) Prisme non droit. ______________________
Exemples :



14) Pyramide dont le segment abaissé depuis l'apex, perpendiculairement à la base, arrive au centre du polygone formant cette base.

____

____

15) Pyramide droite dont la base est un polygone régulier.

____

____

Finalement, associe ces dernières définitions avec le bon mot de l'encadré.

face	aire	longueur
arête	sommet	section d'un solide
volume	circonférence	apothème d'une pyramide régulière
développement d'un solide ou patron		apothème d'un polygone régulier

16) Distance entre les extrémités A et B d'un segment. ______________________
Exemple : A ———— B
*** Les mesures sont souvent calculées en km, hm, dam, m, dm, cm, mm.

17) Mesure de la surface délimitée par une région plane. ____________________
*** Les mesures sont souvent calculées en km^2, hm^2, dam^2, m^2, dm^2, cm^2, mm^2.

18) Mesure de l'espace occupée par un corps. ____________________
*** Les mesures sont souvent calculées en km^3, hm^3, dam^3, m^3, dm^3, cm^3, mm^3.

19) Longueur ou périmètre d'un cercle. ____________________

20) Segment droit déterminé par la rencontre, appelée l'intersection, de deux faces d'un solide. ____________________

21) Point de rencontre d'au moins 3 arêtes d'un solide. ____________________

22) Arrangement de figures planes qui, lorsque plié, permet de reconstituer un solide. Sur un patron, les pointillés sont mis pour indiquer l'endroit où l'on doit plier le solide. Sur un dessin, les pointillés sont mis pour indiquer les arêtes cachées d'un solide.

____

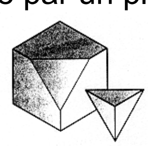
23) Surface plane ou courbe délimitée par des arêtes. ____________________

24) Segment issu du centre d'un polygone régulier et abaissé perpendiculairement au milieu d'un des côtés de ce polygone.

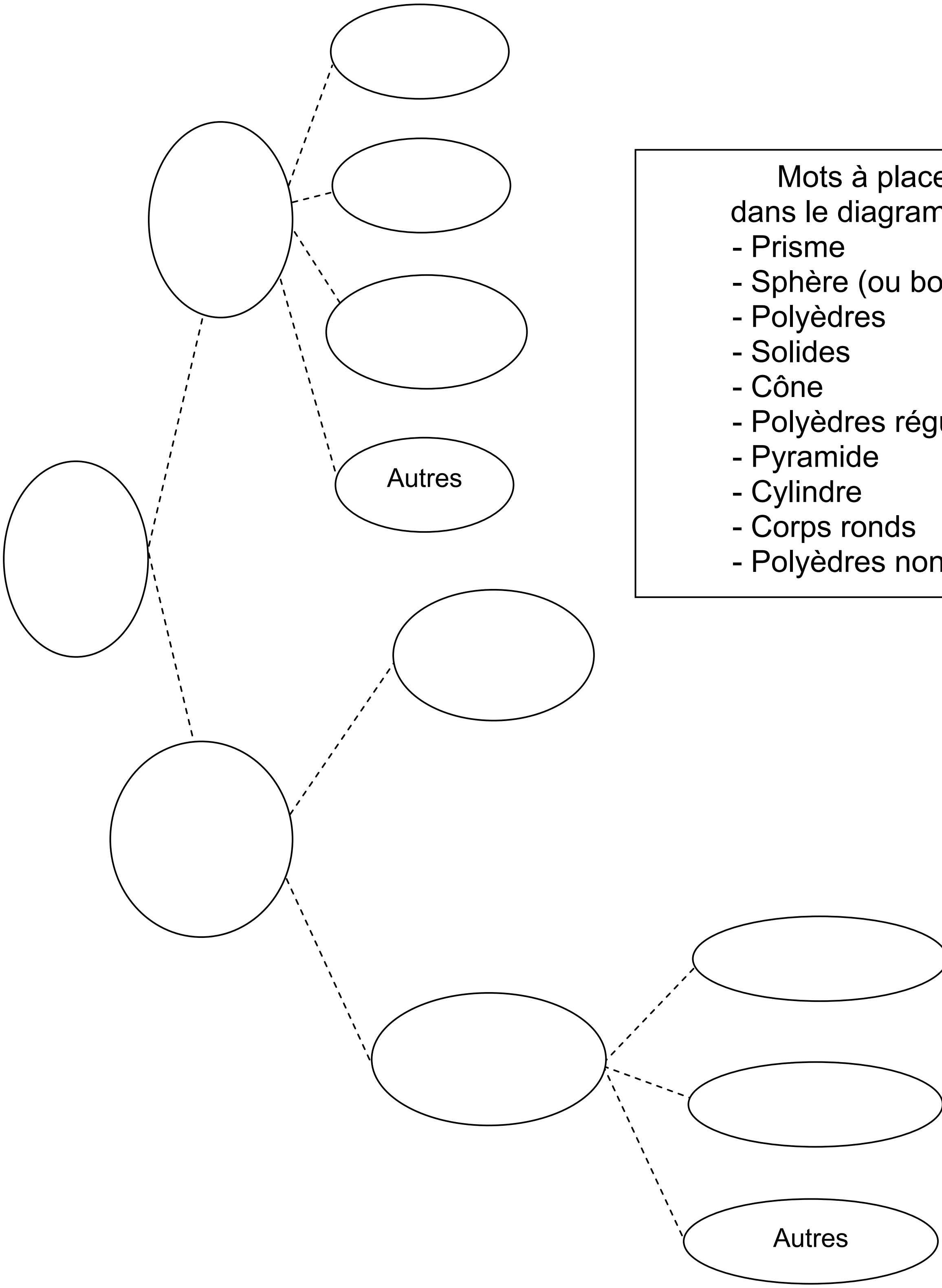
____

25) Segment abaissé perpendiculairement de l'apex sur l'un des côtés de la base de la pyramide. ____________________

26) Face obtenue par un plan qui coupe un solide. ____________________
Exemple :



CLASSIFICATION DES SOLIDES



Mots à placer
dans le diagramme :
- Prisme
- Sphère (ou boule)
- Polyèdres
- Solides
- Cône
- Polyèdres réguliers
- Pyramide
- Cylindre
- Corps ronds
- Polyèdres non-réguliers

CONVERSIONS

Unités de longueur

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

x 10 ÷ 10

Unités d'aire

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2

x 10^2 ÷ 10^2

Exemple 1 : Convertis les mesures suivantes.

a) 6,8 dm = ______________________ mm
b) 7,31 dam = ______________________ hm
c) 0,005 km = ______________________ m
d) 3,56 m = ______________________ hm
e) 457 mm = ______________________ m

Dans d'autres domaines comme en sciences par exemple, on peut faire les mêmes conversions en utilisant une autre unité de mesure que les mètres.

f) 637 kW = ______________________ W
g) 2,24 A = ______________________ mA
h) 250 ml = ______________________ hl
i) 14,5 daV = ______________________ cV
j) 10 450 dN = ______________________ hN

Exemple 2 : Convertis les mesures suivantes.

a) 8 340,72 mm² = ______________________ cm²
b) 0,000 7 m² = ______________________ cm²
c) $5,2 \times 10^3$ dm² = ______________________ dam²
d) 5 421 ha = ______________________ km²
e) 291 km² = ______________________ ha

1 ha =10 000 m² =1 hm²

L'AIRE DE LA PYRAMIDE (RAPPEL)

Composantes de la pyramide

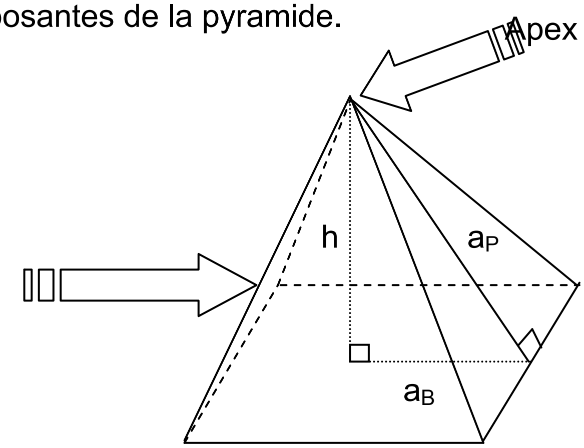
☼ Donne le nom de chacune des composantes de la pyramide.

h est la hauteur de la pyramide

a_P est l'apothème de la pyramide

a_B est l'apothème de la base

Arête latérale



- apothème de la base (a_B) :
  Il s'agit de la perpendiculaire abaissée du centre de la base sur l'un des côtés.

- apothème de la pyramide (a_P):
  Il s'agit de la perpendiculaire abaissée de l'apex sur l'un des côtés de sa base .
  C'est aussi la hauteur d'un triangle latéral .

☼ Quelle forme géométrique relie la hauteur (h), l'apothème de la base (a_B) et l'apothème de la pyramide (a_P) ? ______________________________

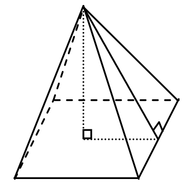
☼ Quelle relation sera utile lorsque tu chercheras une de ces mesures, connaissant les deux autres ? ________________________________

A_L =

A_T =

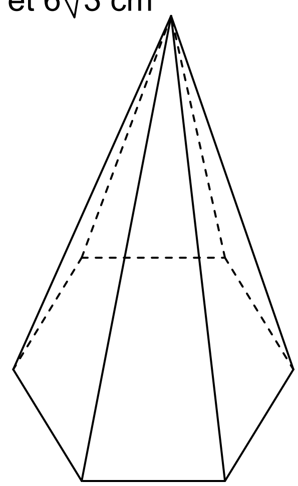
Utilise les symboles suivants :
A_T : Aire totale
A_L : Aire latérale
A_B : Aire de la base
P_B : Périmètre de la base
a_P : apothème de la pyramide
a_B : apothème du polygone de la base

<u>Exemple 3</u> : Trouve l'aire totale de la pyramide à base carrée de 24 cm de périmètre et de 10 cm de hauteur. *N'oublie pas d'écrire la formule et la démarche et d'arrondir tes calculs au millième près.*



<u>Exemple 4</u> :

Soit une pyramide régulière à base hexagonale de 28 cm de hauteur et de $2\sqrt{223}$ cm d'apothème. Sachant que sa base mesure 12 cm de côté et $6\sqrt{3}$ cm d'apothème,



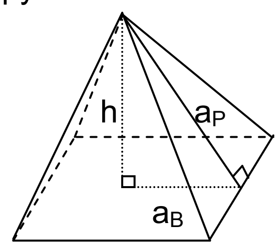
a) calcule l'aire totale exacte de cette pyramide.
N'oublie pas d'écrire la formule et la démarche.

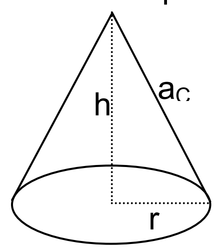
b) calcule l'aire totale de cette pyramide. *Arrondis tes calculs au millième près.*

LE CÔNE

- Définition du cône

La pyramide et le cône, deux figures qui se ressemblent en de nombreux points. Les expressions relatives à la pyramide sont dans la colonne de gauche. Celles relatives au cône, dans la colonne de droite. Associe les expressions de la pyramide à base carrée aux expressions correspondantes du cône.

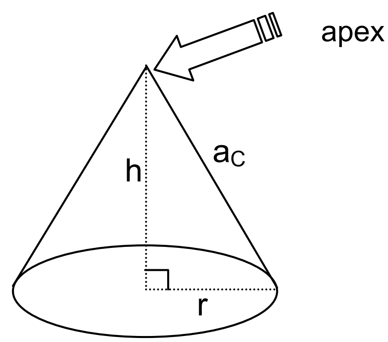




a) a_P	1) $A_B = \pi r^2$	a) a_P et _____
b) h	2) r	b) h et ______
c) a_B	3) h	c) a_B et _____
d) Périmètre de la base = 4c	4) Circonférence = $2\pi r$	d) 4c et _____
e) $A_B = c^2$	5) a_C	e) c^2 et _____

Un cône peut être vu comme une pyramide régulière dont la base est un polygone qui possède un nombre infini de côté, c'est-à-dire, un cercle.

- Composantes du cône



Donne le nom de chacune des composantes du cône.

h est la hauteur du cône

a_C est l'apothème du cône

r est le rayon de la base du cône

Ici aussi, on obtient un triangle rectangle avec les mesures de la hauteur (h), l'apothème du cône (a_C) et le rayon (r). Ainsi, on utilisera la relation de Pythagore afin de trouver une donnée manquante parmi les trois citées plus haut.

L'AIRE DU CÔNE

Quelle est la formule de l'aire totale du cône ?

Comme le cône ressemble à la pyramide, inspire-toi de la formule de l'aire totale de cette dernière afin de trouver celle du cône.

A_T =

=

=

=

Alors, la formule de l'aire totale du cône est :

A_T =

Exemple 5 :

a) Sachant que le rayon d'un cône mesure 3 cm et que son apothème mesure 5 cm, calcule l'aire totale exacte de ce cône. *N'oublie pas d'écrire la formule et la démarche.*

b) Sachant que la hauteur et le rayon d'un cône mesurent respectivement 5 cm et 2 cm, calcule l'aire totale de ce cône. *N'oublie pas d'écrire la formule et la démarche et d'arrondir tes calculs au millième près.*

LA SPHÈRE

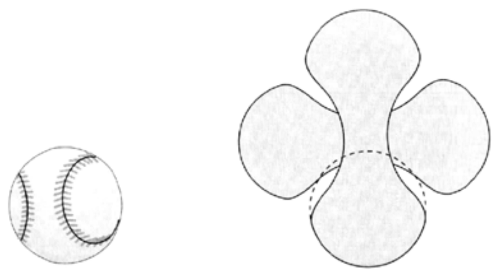
- La **sphère** est la surface visible de la boule. C'est un corps rond vide.
- La **boule** est la sphère et son intérieur. C'est un corps rond plein.

N.B. Ici, on fait la différence entre un corps rond vide ou plein. Par contre, on parle toujours d'un cube, qu'il soit vide ou plein.

Définition : Une sphère est une surface fermée dont tous les points sont à égale distance d'un point intérieur appelé centre de la sphère. Cette distance est le rayon de la sphère.

L'AIRE DE LA SPHÈRE ET DE LA DEMI-SPHÈRE

Voici une balle de baseball et son recouvrement étendu :



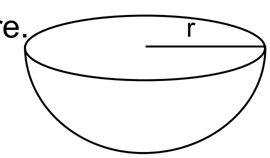
a) Décris en mots l'aire approximative de ce recouvrement ?

____

Suite à cette observation, on établit que l'aire de la sphère est équivalente à

____

b) Connaissant la formule de l'aire d'une sphère, écris la formule générale te permettant de calculer l'aire latérale de cette demi-sphère.



____

c) Écris maintenant la formule générale te permettant de calculer l'aire totale de la demi-sphère dessinée ci-haut ?

____

____

Sphère :	**Demi-sphère :**
$A_T =$	$A_T =$

<u>Exemple 6</u> :

Laisse le symbole π dans ta réponse !

a) Quelle est l'aire exacte de la sphère, si son rayon mesure 1024 cm ?

b) Quelle est l'aire latérale exacte de la demi-sphère, si son rayon mesure $\frac{10}{3}$ mm ?

c) Quelle est l'aire totale de la demi-sphère, si son rayon mesure 21 dm ? *Arrondis ta réponse au centième près.*

FORMULES D'AIRE DES FIGURES PLANES

figure	***aire***
carré	$A = c^2$
rectangle	$A = L \bullet l$ ou $A = b \bullet h$
triangle	$A = \frac{b \bullet h}{2}$
parallélogramme	$A = b \bullet h$
losange	$A = \frac{D \bullet d}{2}$
trapèze	$A = \frac{(B+b) \bullet h}{2}$
disque	$A = \pi r^2$
polygone régulier	$A = \frac{nca}{2}$

Utilise les symboles suivants :
A : Aire
a : apothème
b : base
d : diagonale
h : hauteur
L : longueur
l : largeur
n : nombre de côtés
c : mesure du côté
r : rayon

S'il y a 2 bases ou 2 diagonales dans ta formule, utilise B pour la grande base et D pour la grande diagonale !

AIRE LATÉRALE ET AIRE TOTALE DES SOLIDES

Solide	**Aire latérale**	**Aire totale**
Prisme	$A_L = P_B \bullet h$	$A_T = P_B \bullet h + 2A_B$
Cylindre	$A_L = 2\pi rh$ ou $A_L = \pi dh$	$A_T = 2\pi rh + 2\pi r^2$ ou $A_T = \pi dh + 2\pi r^2$
Pyramide	$A_L = \frac{P_B \bullet a_P}{2}$	$A_T = \frac{P_B \bullet a_P}{2} + A_B$
Cône	$A_L = \pi r a_c$	$A_T = \pi r a_c + \pi r^2$
Sphère		$A_T = 4\pi r^2$
Demi-sphère	$A_L = 2\pi r^2$	$A_T = 3\pi r^2$

Utilise les symboles suivants :
$\mathbf{A_T}$: Aire totale
$\mathbf{A_L}$: Aire latérale
$\mathbf{A_B}$: Aire de la base
$\mathbf{P_B}$: Périmètre de la base
h : hauteur
r : rayon
$\mathbf{a_P}$: apothème de la pyramide
$\mathbf{a_B}$: apothème du polygone de la base
$\mathbf{a_c}$: apothème du cône

<u>Exemple 7</u> :

a) Isole algébriquement le rayon dans la formule de l'aire latérale du cône.

b) Quelle sera la mesure exacte de ce rayon dans un cône dont l'apothème mesure 6 dm et dont l'aire latérale est de 72π dm^2? *N'oublie pas d'écrire ta démarche.*

<u>Exemple 8</u> :

a) Isole algébriquement l'apothème de la pyramide dans la formule de l'aire totale de la pyramide.

b) Quelle sera la mesure exacte de cet apothème dans une pyramide à base carrée dont le côté de la base mesure 5 cm et l'aire totale est de 125 cm^2? N*'oublie pas d'écrire ta démarche.*

<u>Exemple 9</u> :

a) Isole algébriquement le rayon dans la formule de l'aire totale de la sphère.

b) Quelle sera la mesure exacte de ce rayon dans une sphère dont l'aire totale est de 64π m^2? *N'oublie pas d'écrire ta démarche.*

SOLIDES DÉCOMPOSABLES

La nature ainsi que les humains créent toutes sortes de formes plus ou moins complexes. Souvent ces solides complexes sont décomposables en solides plus simples, comme un cône, un prisme, une sphère, un cylindre et une pyramide. C'est de cette façon, que l'on peut calculer plus facilement leur volume et leur aire totale.

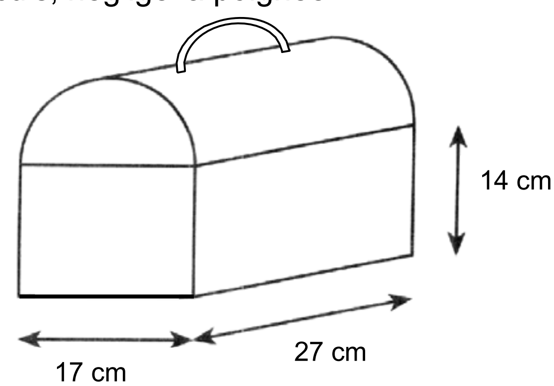
✍ L'aire totale d'un solide décomposable n'est pas la somme ou la différence des aires totales des solides qui le composent.
Il faut calculer seulement l'**aire visible**.

Exemple 10 :

Une boîte à lunch en métal a la forme et les dimensions représentées ci-contre. Le couvercle est un demi-cylindre. Dans tes calculs, néglige la poignée.

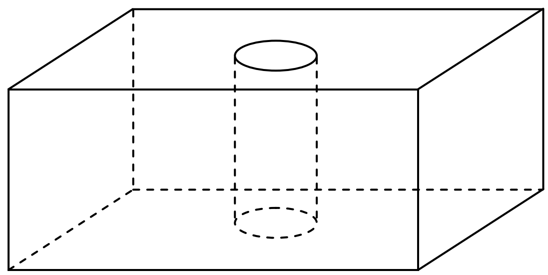
Quelle est la surface totale extérieure à peinde avec de la peinture anti-rouille ?

Utilise les formules et arrondis tes calculs au millième près.



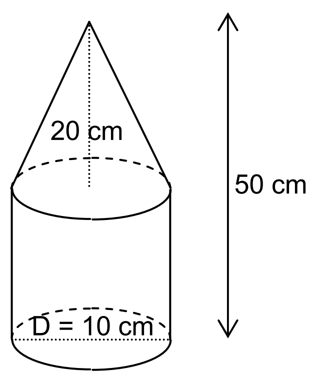
Exemple 11 :

Calcule l’aire totale de ce solide troué, sachant que le prisme a 36 cm de longueur, 11 cm de largeur, 12 cm de hauteur et que le cylindre a un rayon de 2,5 cm.



Utilise les formules et arrondis tes calculs au millième près.

Exemple 12 : Soit le solide suivant:



N’oublie pas d’écrire la formule et la démarche et d’arrondir tes calculs au millième près, afin de…

a) calculer son aire latérale.

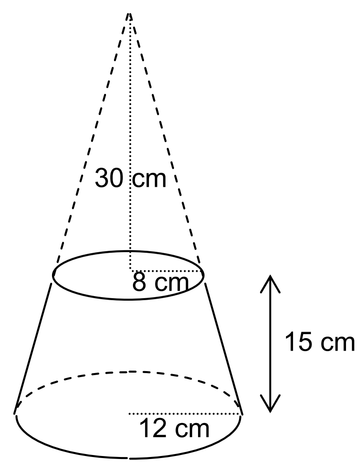
b) calculer son aire totale.

<u>Exemple 13</u> :

Cet exemple est un peu différent des autres. Le solide n'est pas un solide simple. Voyons ce que tu es capable de faire…

N'oublie pas d'écrire la formule et la démarche et d'arrondir tes calculs au millième près.

Calcule l'aire totale de ce cône tronqué.

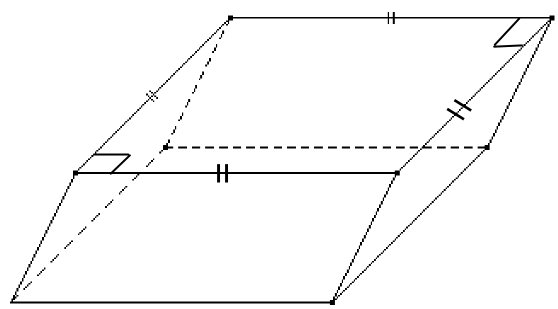


Je vois très bien que ce cône tronqué est un gros cône auquel on a enlevé la pointe qui représente un petit cône…

SECTION 1.2 – MISE AU POINT

1) Voici quelques objets de la vie quotidienne qui sont des solides. Pour chacun, dis s'il s'agit d'un polyèdre régulier, d'un polyèdre non-régulier ou d'un corps rond.
   d) un sablier : ____________________
   e) un pneu de voiture : ____________________
   f) une boîte de papier mouchoir : ____________________
   g) un bâton de golf : ____________________

2) Il y a plusieurs façons de décrire un solide. Parmi les suivantes, laquelle (ou lesquelles) décrive(nt) correctement ce solide (les bases sont identiques) ? ___________



   a) prisme oblique à base carrée.
   b) pyramide droite à base carrée.
   c) prisme oblique dont la base est un parallélogramme
   d) pyramide oblique à base rectangulaire
   e) prisme droit à base carrée.
   f) prisme oblique à base rectangulaire.
   g) prisme oblique dont la base est un quadrilatère.

Nous allons toujours nommer un solide de la façon la plus précise possible.

3) Convertis les mesures suivantes.

a) 0,5 dam	=	____________	cm
b) 0,000 047 hm	=	____________	mm
c) 6 mm	=	____________	dam
d) 15 cm	=	____________	m
e) 29,31 dam	=	____________	cm
f) 456,32 mm	=	____________	m
g) 8 m²	=	____________	cm²
h) 7,1 m²	=	____________	hm²

i) 3,5 dam² = ______________________________ dm²
j) 478 cm² = ______________________________ dm²
k) 0,073 km² = ______________________________ dam²

4) Pour chacune de ces situations, indique si on parle de volume (d'un solide), d'aire (d'une surface) ou de longueur (d'un segment ou d'une ligne courbe).

a) la quantité de lait qui entre dans un verre : ______________________________

b) la quantité de papier peint nécessaire pour recouvrir un mur : ________________

c) l'espace qu'occupe ton dictionnaire dans ta bibliothèque : ___________________

d) la mesure de la distance entre ta demeure et le collège :____________________

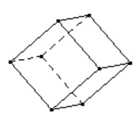
e) le nombre de mètres à parcourir pour faire le tour d'une piste de course :________

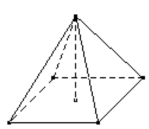
f) le nombre de lattes de bois nécessaires pour couvrir un plancher : _____________

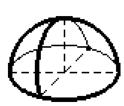
g) la quantité de sable pour construire un château à la plage :__________________

5) Associe les figures suivantes avec les noms qui leur conviennent.

a)  1) cube

b)  2) octaèdre

c)  3) cylindre

d)  4) demi-sphère ou hémisphère

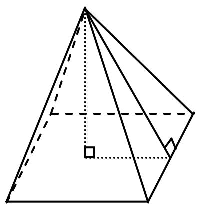
e)  5) pyramide à base carrée

Réponses :

a) avec ___ b) avec ___ c) avec ___ d) avec ___ e) avec ___

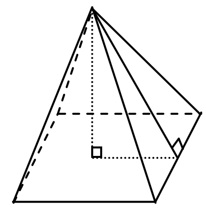
6) Calcule l'aire latérale et totale de ces pyramides à base carrée et arrondis tes calculs au millième près. Les dessins ne sont pas à l'échelle.

a)



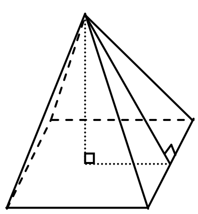
a_B = 10 cm
h = 15 cm

b)



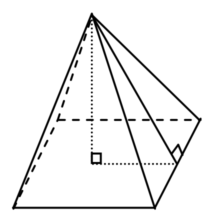
a_P = 25 cm
h = 12 cm

c)



a_P = 30 cm
c = 28 cm

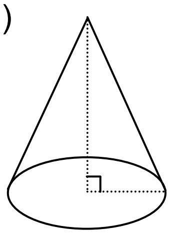
d)



a_P = 10 cm
P_B = 24 cm

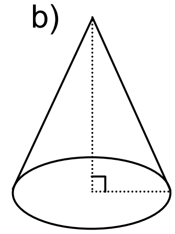
7) Calcule l'aire latérale et totale de ces cônes et arrondis tes calculs au millième près. Les dessins ne sont pas à l'échelle.

a)



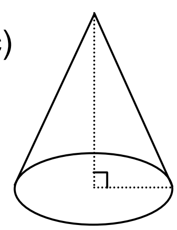
d = 10 cm
a_C = 12 cm

b)



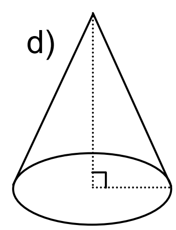
r = 5 cm
h = 9 cm

c)



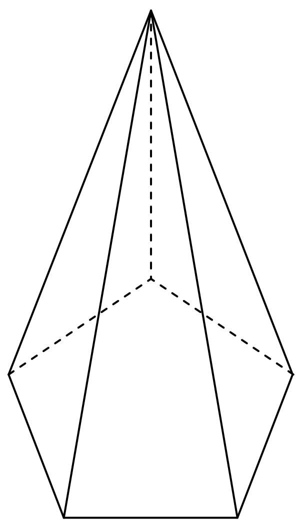
C = 16π cm
h = 10 cm

d)



C = 20π cm
a_C = 21 cm

8) Une pyramide régulière à base pentagonale mesure 0,6 m de haut. Le périmètre et l'apothème de sa base mesurent respectivement 10 dm et 13,8 cm. Trouve l'aire totale de la pyramide **en dm²**. *N'oublie pas d'écrire la formule et la démarche et d'arrondir tes calculs au millième près.*



9) Isole le périmètre de la base dans la formule de l'aire latérale d'un prisme.

10) Isole le rayon dans la formule de l'aire latérale d'un cylindre.

11) Isole le rayon dans la formule de l'aire d'une sphère.

12) Isole le périmètre de la base dans la formule de l'aire totale d'un prisme.

13) Isole l'aire de la base dans la formule de l'aire totale d'un prisme.

14) Trouve la hauteur d'un cylindre de 60 mm de rayon, si son aire latérale vaut 168π cm^2.

15) Trouve la hauteur d'un cylindre de 5 dm de rayon, si son aire totale vaut 100π dm^2.

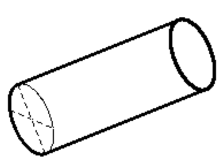
16) Quel est le rayon d'une sphère d'aire exacte égale à 196π cm^2 ?

17) Quel est le rayon d'une sphère d'aire exacte égale à $256\,\pi$ m^2 ?

18) a) Isole algébriquement la mesure du périmètre de la base dans la formule de l'aire latérale d'une pyramide.

b) Quelle sera la mesure exacte de la hauteur de cette pyramide à base carrée dont l'apothème mesure 13 cm et dont l'aire latérale est de 260 cm^2?
N'*oublie pas d'écrire ta démarche*

19) Pour chacun des solides suivants, calcule son aire totale. Écris la formule et laisse des traces de ta démarche. *Arrondis tes réponses au millième près.*

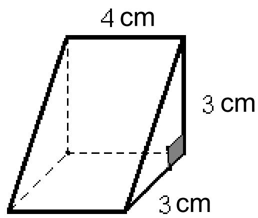
a) 

h = 20 cm

r = 4 cm

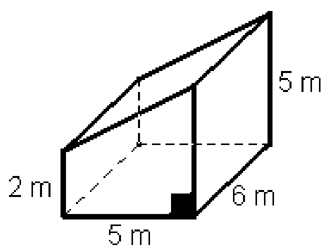
$A_T \approx$ ________________________

b)



$A_T \approx$ ______________________

c)



$A_T \approx$ ______________________

d) Prisme droit à base rectangulaire avec les dimensions suivantes :

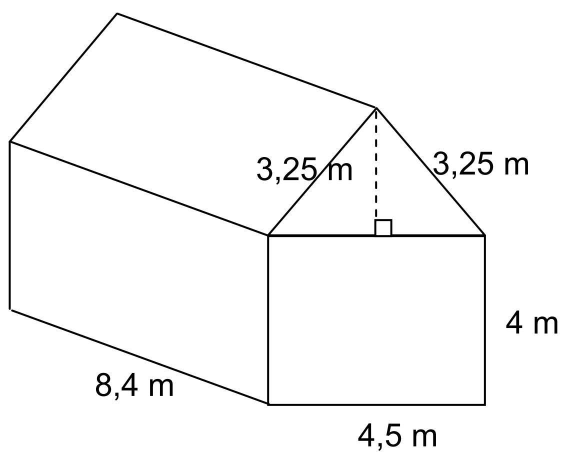
h = 4 cm

L = 9 cm

l = 7 cm

A_T = ___________________________

e)



A_T = ___________________________

20) a) Quelle est l'aire exacte de la sphère de rayon mesurant 12 cm ?

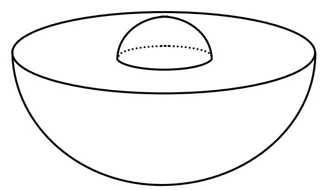
Pour chaque exercice, n'oublie pas d'écrire les formules et de laisser ta démarche.

b) Arrondis ta réponse obtenue en a) au millième près.

21) a) Quelle est l'aire exacte d'une sphère de rayon égal à 15 cm ?

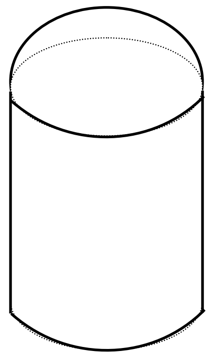
b) Arrondis ta réponse obtenue en a) au millième près.

22) Calcule l'aire totale de ce solide. Dans un premier temps, inscris ta réponse de façon exacte, puis arrondis-la au millième près.
D = 8 cm
d = 2 cm



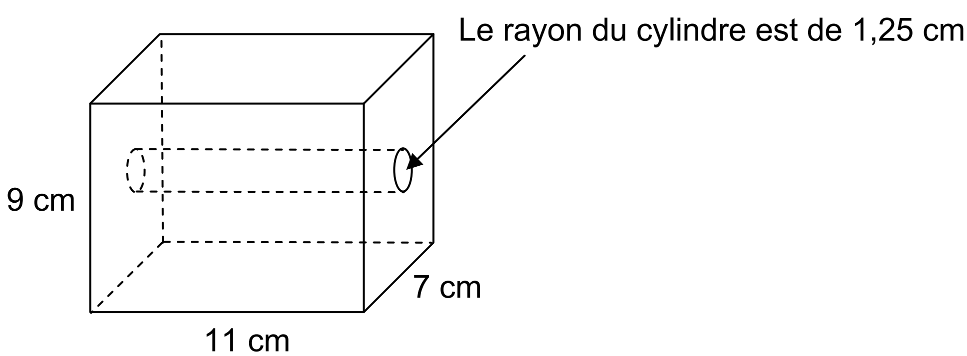
A_T = ______________________ $A_T \approx$ ______________________

23) Calcule l'aire totale du solide suivant. C'est un cylindre de 30 cm de hauteur et 8 cm de rayon surmonté d'une demi-sphère de même rayon. Trouve la réponse exacte et arrondis-la ensuite au millième près.



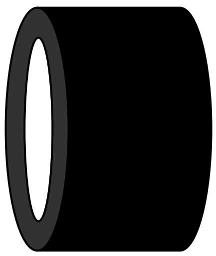
A_T = ________________________ $A_T \approx$ ________________________

24) Calcule l'aire de ce solide. *Arrondis ta réponse au dixième près.*



$A_T \approx$ ________________________

25) Les roues de Formule 1 sont fabriqués en magnésium forgé qui est un métal à faible densité (léger) et très résistant. Voici le dessin d'un grand cylindre de 35 cm de rayon percé d'un plus petit cylindre de 25 cm de rayon (qui ressemble à une roue!). Si la hauteur de ce solide est de 30 cm, calcule l'aire totale de ce solide ? Donne ta réponse exacte et arrondis-la ensuite au centième près.

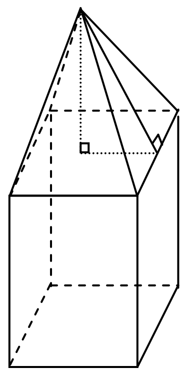


$A_T =$ ____________________

$A_T \approx$ ____________________

26) Calcule l'aire totale de ces solides et arrondis tes calculs au millième près. Les dessins ne sont pas à l'échelle.

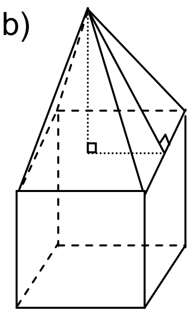
a)



a_P = 30 cm
c = 22 cm
h_{Prisme} = 45 cm

Prisme à base carrée

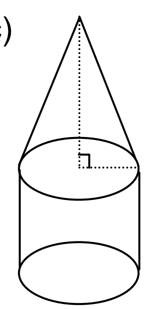
b)



$h_{Pyr.}$ = 16 cm
c = 14 cm

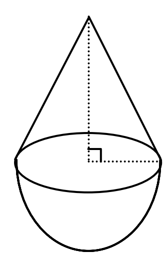
Cube

c)



$h_{cyl.}$ = 12 cm
a_c = 8 cm
r = 5 cm

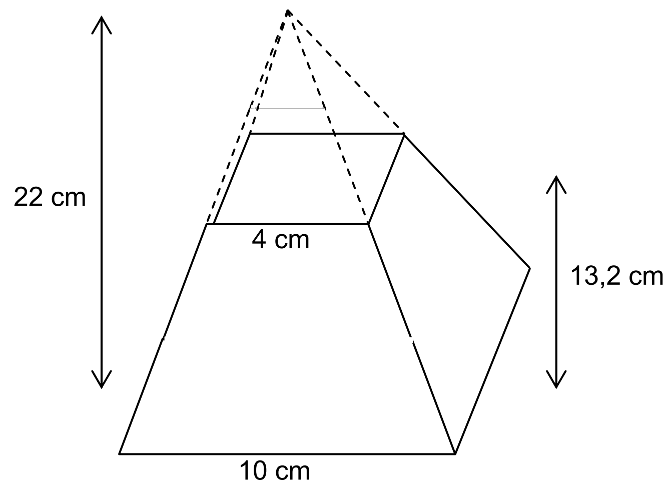
d)



a_c = 24 cm
$h_{cône}$ = 17 cm

27) Calcule l'aire totale de cette pyramide à base carrée tronquée.

N'oublie pas d'écrire la formule et la démarche et d'arrondir tes calculs au millième près.



Remarque bien que cette pyramide tronquée est une grosse pyramide à laquelle on a enlevé la pointe qui représente une petite pyramide de même base…

28) Isole la variable demandée à partir de la formule générale.

a) Le périmètre de la base dans la formule de l'aire latérale d'un prisme.

b) Le rayon dans la formule de l'aire latérale d'un cylindre.

c) Le rayon dans la formule de l'aire latérale d'une demi-sphère.

d) Le périmètre de la base dans la formule de l'aire totale d'un prisme.

e) L'aire de la base dans la formule de l'aire totale d'un prisme.

f) La hauteur dans la formule de l'aire totale d'un cylindre.

29) Débute par isoler **algébriquement** la variable recherchée, puis substitue les valeurs afin de trouver la réponse finale.

a) Trouve la hauteur d'un cylindre de 60 mm de rayon, si son aire latérale vaut 168π cm^2.

b) Trouve la hauteur d'un cylindre de 5 dm de rayon, si son aire totale vaut 100π dm^2.

c) Quel est le rayon d'une sphère d'aire exacte égale à 196π cm^2 ?

d) Quelle est le l'apothème d'une pyramide à base carrée dont l'aire latérale est de 30 cm^2 et dont le périmètre de la base est de 5 cm?

e) Quelle est la mesure d'un côté de la base d'une pyramide à base carrée dont l'aire latérale est de 100 cm^2 et dont l'apothème de cette pyramide est de 10 cm?

f) Quelle est la hauteur d'un prisme à base rectangulaire dont l'aire totale est de 135 dm^2 et dont la longueur et la largeur sont respectivement de 3 dm et 5 dm?

g) Quelle est l'apothème exacte d'un cône dont l'aire totale est de 40π mm^2 et dont le rayon est de 4 mm?

MATHÉMATIQUE
1re année du 2e cycle du secondaire

VISI2N

Établir des liens pour modéliser

Collège Regina Assumpta

SECTION 2.1 – SAVOIRS

- 50ºC sous les tropiques

Source : http://www.stencilpochoir.com/pochoirs%20divers/palmiers%20caillouxp.jpg

Un avion décolle de Pointe à Pitre, la capitale de la Guadeloupe. Au moment de décoller, des petits écrans s'allument et affichent aux passagers certaines informations relatives au vol : l'altitude de l'avion et les conditions météorologiques extérieures. Au sol, la température extérieure est élevée (30ºC), le climat est humide et le soleil radieux.

L'avion décolle. Quelques minutes après le début de l'ascension dans les airs, on peut lire que la température extérieure a chuté de 15ºC. Les passagers discutent de ce curieux phénomène. Un quart d'heure plus tard, on entend les passagers s'inquiéter car la température continue de chuter et l'avion monte toujours!
Peu de temps après, l'avion atteint son altitude de croisière : 35 000 pieds. On peut lire sur les écrans : température extérieure : -50 ºC !

Le commandant de bord prend alors la parole pour rassurer les passagers : «Ne vous inquiétez pas, l'avion est bien pressurisé. C'est un phénomène tout à fait normal qui se produit car plus l'altitude augmente, plus la température extérieure diminue».

a) Dans cette situation, quelles sont les variables que nous observons :

1.____

2. ____

b) Ces deux variables sont-elles complètement indépendantes l'une de l'autre ou semblent-elles être en relation

____

c) Décris cette relation :

____

____

RELATION ENTRE LES DONNÉES

On dit qu'il y a une **relation** entre deux quantités lorsqu'un changement de l'une entraîne un changement prévisible de l'autre quantité. Ce lien peut s'exprimer avec des mots, une table de valeurs, une règle (équation), un graphique, etc.

Dans une situation mettant en relation deux variables, on distingue:

- ✓ la variable **indépendante** prenant des valeurs arbitraires.
  Elle est souvent désignée par la variable ____, appelée l'____________.

Dans la mise en situation *-50ºC sous les tropiques*, ___________________ *est la* ***variable indépendante****.*

- ✓ la variable **dépendante** dont les valeurs dépendent des valeurs prises par la variable indépendante.
  Elle est souvent désignée par la variable ____, appelée l'_________________.

Dans la mise en situation *-50ºC sous les tropiques,*
_______________________________ *est la* ***variable dépendante.***

On peut décrire une situation par:

- ✓ une règle ou une équation : la variable dépendante est toujours celle isolée.
- ✓ une table de valeurs : il faut inscrire les variables en commençant par la variable indépendante qui se trouve dans la première colonne ou rangée.
- ✓ un graphique : la variable dépendante se situe sur l'axe des ordonnées et la variable indépendante sur l'axe des abscisses.

Exemple 1 : Dans les situations suivantes, il y a une relation entre deux variables. Indique celle qui, le plus naturellement, serait la variable indépendante et la variable dépendante.

a) $y = \dfrac{2x}{3}$ Variable indépendante: ______________

Variable dépendante: _______________

b) $w = -3t - 6$ Sa table de valeurs est la suivante.

Indique dans les bulles le mot adéquat.

Variable ____________________

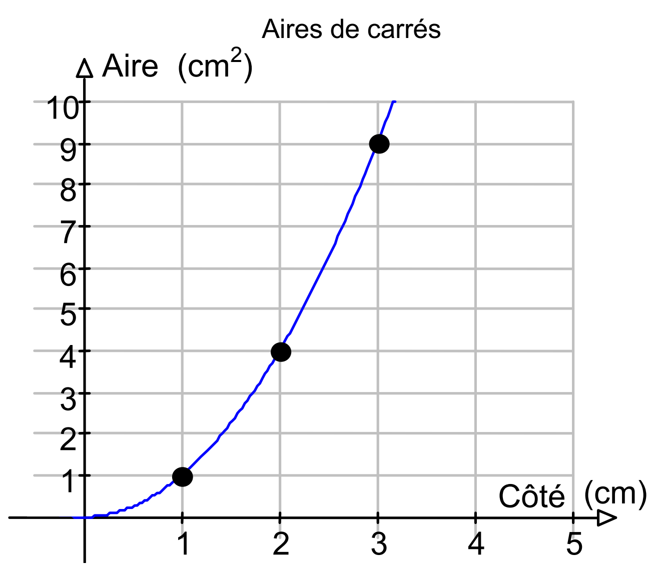
t	3	6	9	12
w	-15	-24	-33	-42

Variable ____________________

c) D'après ce graphique, quelle est la variable indépendante et la variable dépendante?

Variable indépendante: ___________

Variable dépendante: ___________



d) Le salaire d'un plombier qui est payé selon le nombre d'heures de travail.

Variable indépendante: ___________________________________

Variable dépendante: ___________________________________

e) Le volume d’eau d’une baignoire qui se remplit à raison de 20 litres à la minute.

Variable indépendante: ___________________________________

Variable dépendante: ___________________________________

f) Le réservoir d'essence de vos parents est endommagé et, avec le temps, une certaine quantité d'essence est gaspillée.

Variable indépendante: ___________________________________

Variable dépendante: ___________________________________

g) Un réfrigérateur consomme en énergie environ 2 kWh par jour. On s’intéresse à sa dépense énergétique. On considère la relation entre le temps de fonctionnement du réfrigérateur et sa dépense énergétique.

Variable indépendante: ___________________________________

Variable dépendante: ___________________________________

h) Le poisson pêché dans le fleuve Saint-Laurent peut être consommé, s'il ne contient pas trop de métaux lourds. L'été dernier, les poissons contenaient en moyenne 0,5 mg de mercure par poisson. On considère la relation liant le nombre de poissons et la quantité de mercure en mg.

Variable indépendante: ___________________________________

Variable dépendante: ___________________________________

i) On estime qu'une personne, dans une maison, dépense quotidiennement, en laissant couler le robinet en se brossant les dents, environ 2 litres d'eau. On considère la dépense d'eau selon le nombre de personnes habitant la maison.

Variable indépendante: ___________________________________

Variable dépendante: ___________________________________

LA RÉCIPROQUE D'UNE RELATION

Dans la réciproque d'une relation, les rôles sont inversés! Il faut intervertir les variables indépendante et dépendante.

Exemple 2 :

Variable ____________________

Relation Celsius-Fahrenheit

Degrés Celsius (°C)	-10	0	5	15	20
Degrés Fahrenheit (°F)	14	32	41	59	68

Variable ____________________

Variable ____________________

Réciproque de la relation Celsius-Fahrenheit

Degrés Fahrenheit (°F)	14	32	41	59	68
Degrés Celsius (°C)	-10	0	5	15	20

Variable ____________________

Exemple 3 : Voici la relation entre le coût du ravitaillement en essence et la quantité d'essence.

Coût du ravitaillement selon la quantité d'essence

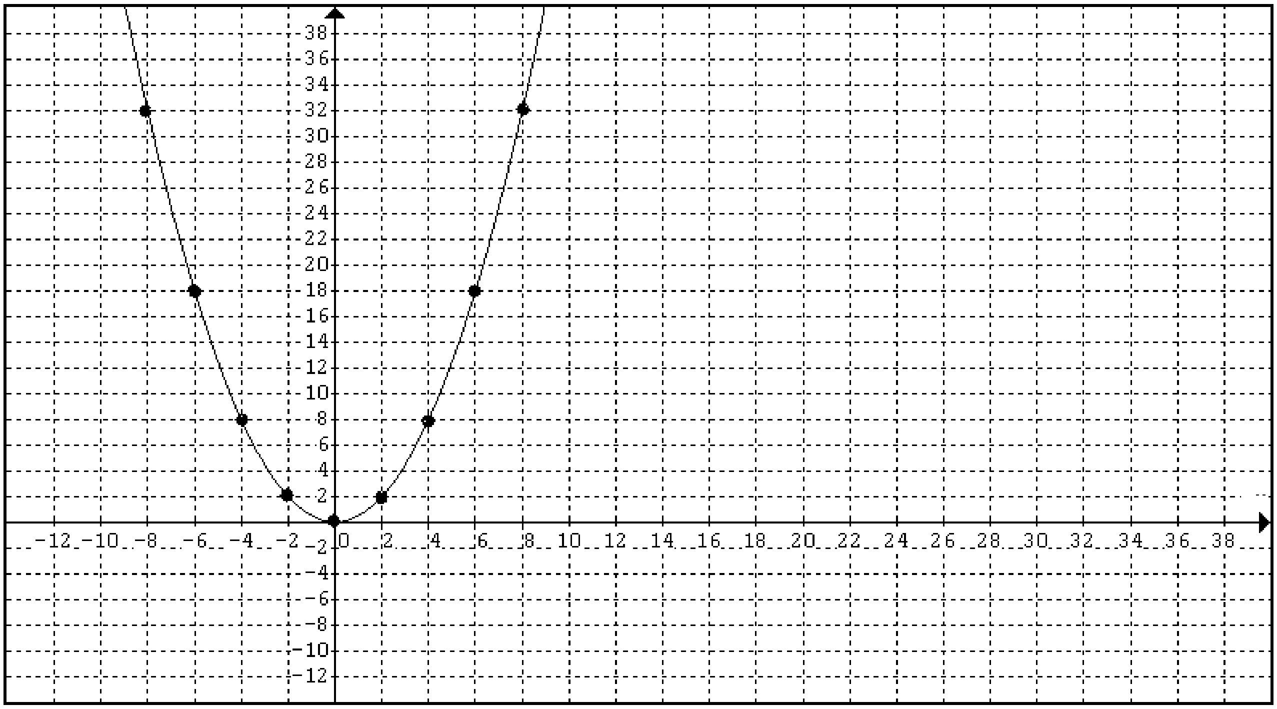
Quantité d'essence (L)	10	20	30	40	50
Coût ($)	11	22	33	44	55

Détermine les couples de la relation réciproque.

____

Exemple 4 : Voici le graphique illustrant une certaine relation entre c et d.

Relation inconnue entre c et d



Complète d'abord la table de valeurs suivante pour la relation qui est déjà tracée.

c									
d									

Complète ensuite cette table de valeurs correspondant à quelques points de la réciproque de cette relation.

d									
c									

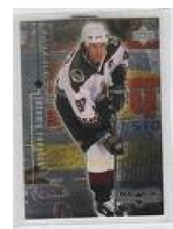
Trace (dans le même plan cartésien) la réciproque de cette relation, à l'aide de la table de valeurs que tu viens de dresser.

FONCTIONS

Une fonction est une relation entre deux variables qui fait correspondre à chaque valeur de x (variable indépendante) **aucune ou une seule** valeur de y (variable dépendante). On obtient ainsi des couples de nombres (x, y) ou (x, f(x)) qui permettent de la représenter.

Il est à noter que le graphique de la relation réciproque que tu as tracé à la page précédente n'est pas une fonction !

Exemple 5 :

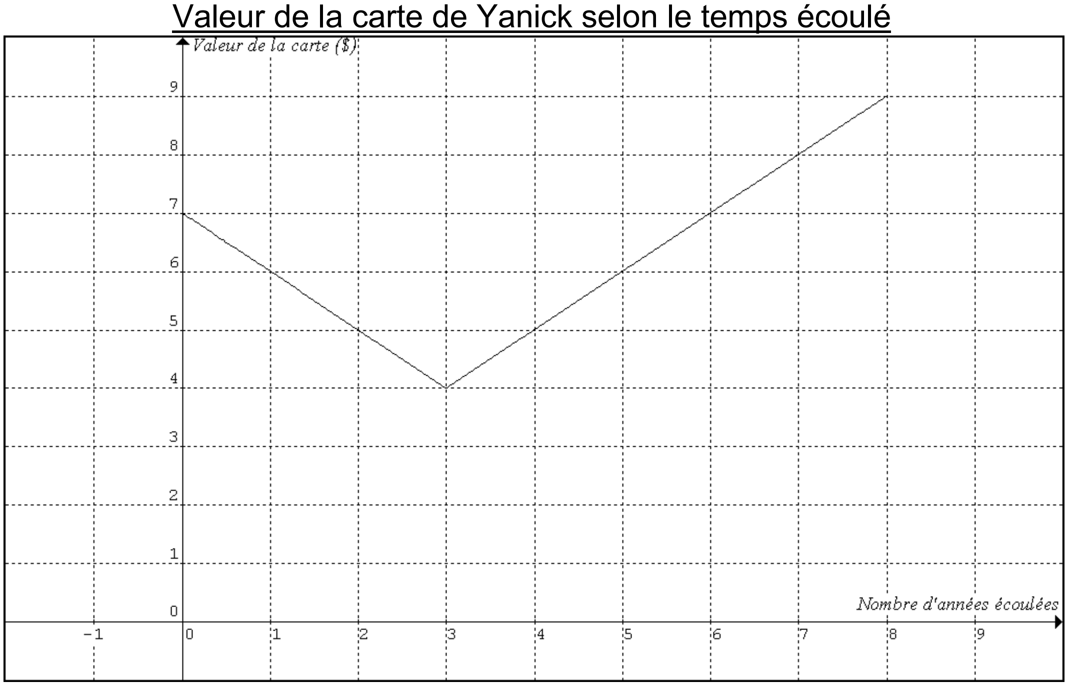


Yanick collectionne les cartes de hockey. Un jour, il découvre LA carte de ses rêves : Peter Svoboda recrue!! Il faut savoir que Peter Svoboda est un ex-défenseur des Canadiens de Montréal qui n'a accumulé que quelques points dans sa carrière.

Comme nous le savons, la valeur des cartes de hockey varie dans le temps. Voici représentée l'évolution de la valeur de la carte de Yanick au fil des ans depuis son achat.

Est-ce que le graphique ci-dessous représente une fonction ? _________

Valeur de la carte de Yanick selon le temps écoulé



a) Quelle était la valeur de la carte au moment de l'achat ?________________

b) Quelle était la valeur de la carte après 5 ans ? ___________________

c) Quelle était la valeur de la carte après 1 an et 6 mois ? ___________________

d) Après combien d'années la carte atteint-elle de nouveau la valeur en c)? _______

e) Combien valait la carte de Yanick au moment où il a décidé de vendre sa carte ?

____

Dans cette relation, la ___________________dépend ___________________ ________________. De plus, puisque cette relation est une fonction, on dit alors que **la valeur de la carte est __________des années écoulées depuis l'achat.**

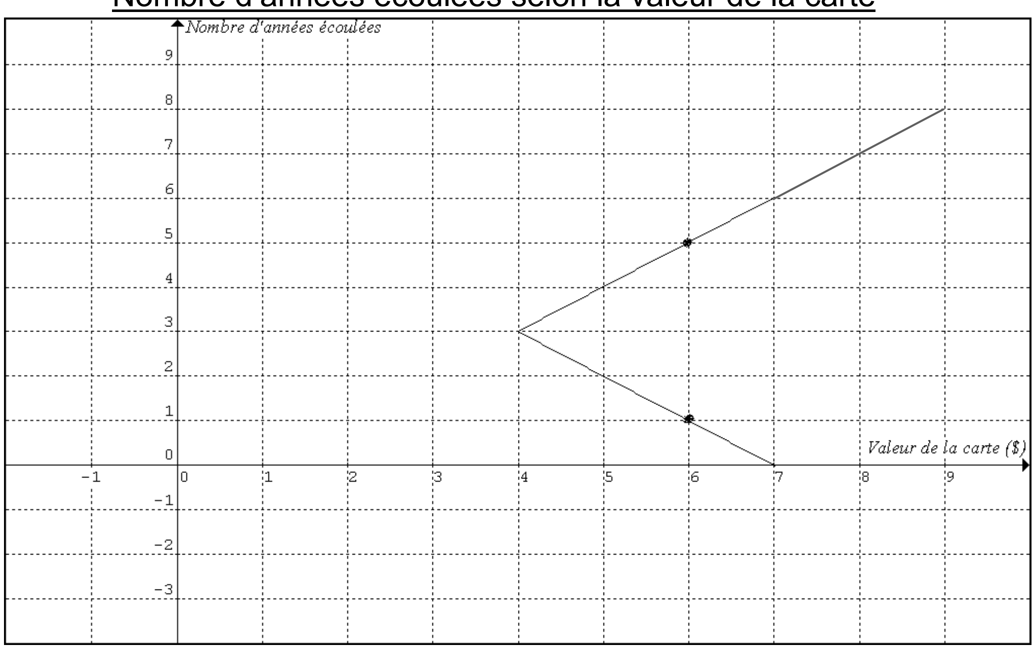
(0,7), (2,5) et (5,6) sont 3 exemples de couples appartenant à cette fonction.

f) Après combien d'années la carte valait-elle 4$? __________________

g) Combien de temps après l'achat la carte valait-elle 6 $? ___________

*** Pour répondre aux questions f et g, on se sert de la <u>valeur de la carte</u> pour trouver le ________________ depuis l'achat de la carte (exprimé en nombre d'années). Les variables __________________ et __________________ sont alors inversées puisqu'on observe le phénomène «dans l'autre sens». On s'intéresse donc à la ___________ **de la fonction.**

<u>Nombre d'années écoulées selon la valeur de la carte</u>



Nous voyons (à l'aide du graphique) qu'il y a 2 valeurs pour l'abscisse 6 : (6,1) et (6, 5). **Ce graphique n'illustre donc pas une________________________!** Il s'agit ici d'une

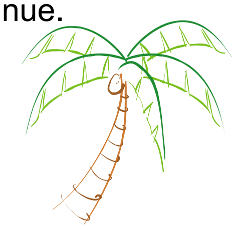
_____________________ entre les variables *valeur de la carte et nombre d'années écoulées depuis l'achat.*

Par contre, le graphique de la réciproque d'une fonction est un outil très utile. Il devient important au moment de regarder le phénomène observé <u>dans son ensemble</u> une fois les variables inversées.

Pour illustrer la réciproque d'une fonction, reprenons la situation initiale de la section 2.1 :

<u>-50ºC sous les tropiques</u>. Dans cette situation initiale :

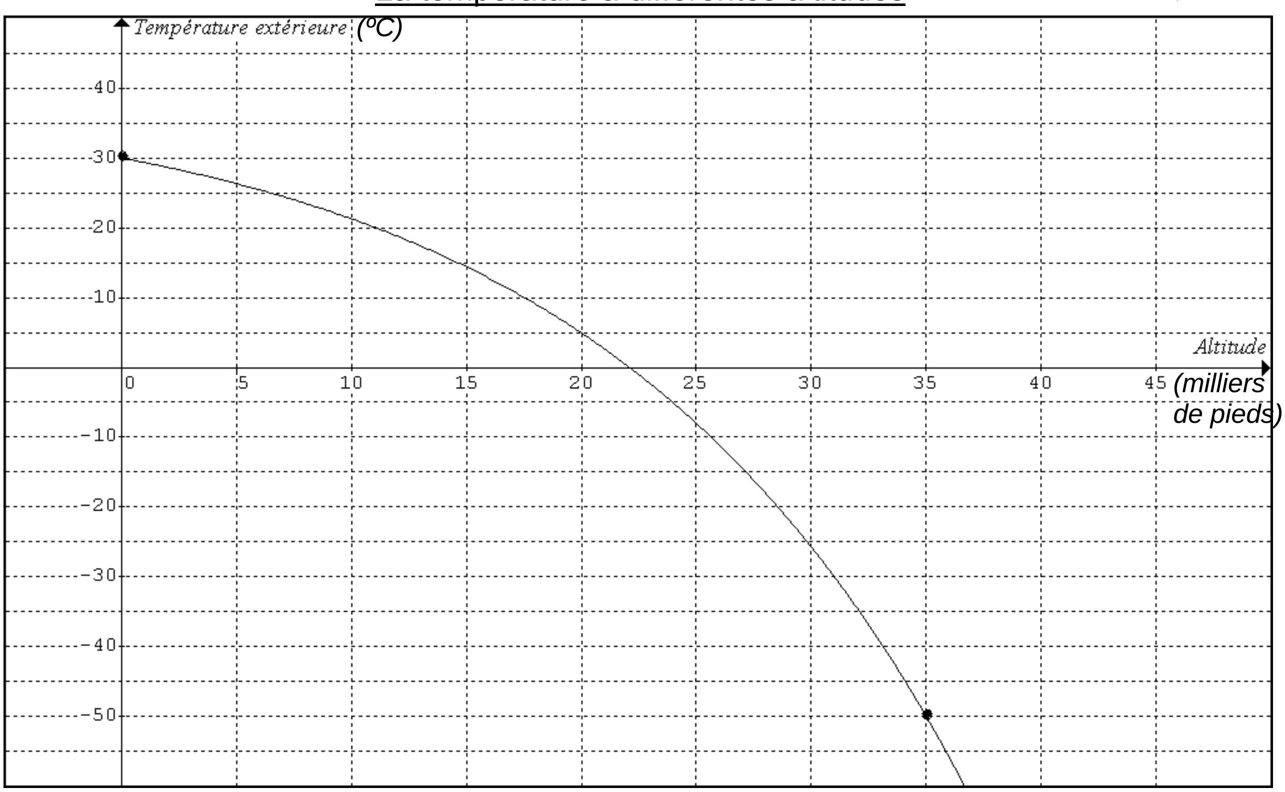
Plus __________________ augmente, plus la _____________________ diminue.



Soit le graphique suivant illustrant cette situation.

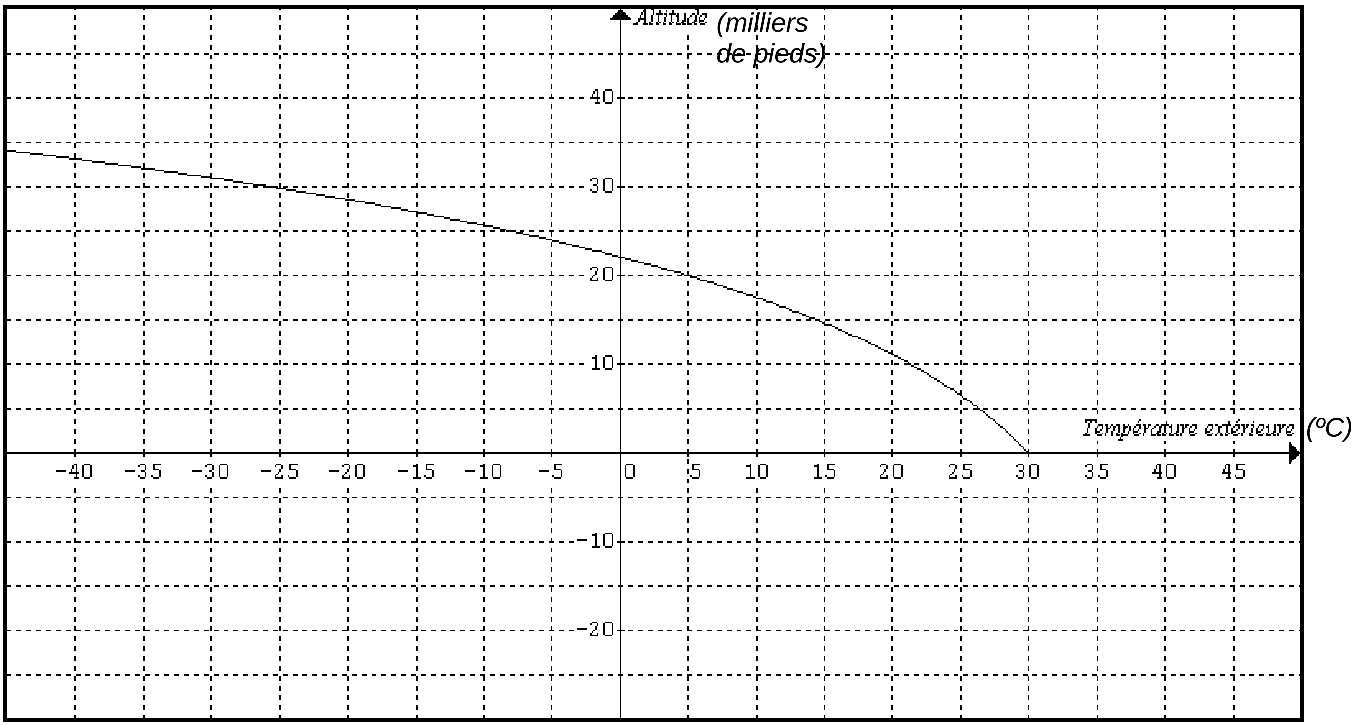
Est-ce que le graphique ci-dessous représente une fonction ? _________

<u>La température à différentes altitudes</u>



On voit clairement dans le graphique que plus l'altitude_______________, plus la température extérieure ___________________. La réciproque peut être ici un outil très intéressant pour observer globalement de quelle manière se comporte ____ ______ en fonction de ____________________.

L'altitude pour certaines températures données



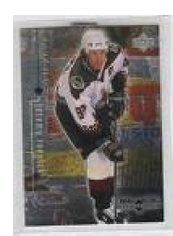
Contrairement à l'exemple de la carte de hockey de Yanick, cet exemple montre que la réciproque de la fonction de base (donnée par la température extérieure en fonction de l'altitude) est elle aussi une ____________. Pourquoi? ____________

____

____

____

Exemple 6 : Vrai ou faux?



a) La réciproque d'une fonction peut être une fonction : _________________

b) Toute fonction possède une réciproque : _____________

c) Si (7,-9) est un couple d'une certaine fonction f, (-9,7) est un couple de la réciproque de f : _______________

d) La réciproque de la réciproque d'une fonction est la fonction elle-même : ________

MODES DE REPRÉSENTATION

Pour décrire **en mots** une fonction, il faut penser à :

- ✍ identifier les variables utilisées,
- ✍ préciser les conditions initiales,
- ✍ faire une description de la façon dont les variables varient l'une par rapport à l'autre.

Pour construire une **table de valeurs** d'une fonction, il faut :

- ✍ bien identifier la variable <u>indépendante</u> et la variable <u>dépendante</u>,
- ✍ construire la table en rangées ou en colonnes et inscrire les variables en débutant par la variable <u>indépendante</u> dans la première rangée ou colonne,
- ✍ inscrire les principales valeurs de la variable <u>indépendante</u> et **calculer** les valeurs de la variable <u>dépendante</u>,
- ✍ donner un <u>titre</u> à la table de valeurs pour obtenir plus de clarté.

Pour construire un **graphique** d'une fonction, il faut :

- ✍ identifier la variable indépendante que l'on associe à l'axe des <u>abscisses</u> et la variable dépendante que l'on associe à l'axe des <u>ordonnées</u>,
- ✍ bien <u>graduer</u> les deux axes selon les valeurs prises pour chacune des variables,
- ✍ identifier les coordonnées de la table de valeurs, les reporter sur le plan cartésien et les relier par une courbe,
- ✍ donner un <u>titre</u> au graphique pour obtenir plus de clarté.

Pour écrire la **règle** (équation) d'une fonction, il faut :

- ✍ identifier les variables utilisées,
- ✍ trouver la règle de correspondance entre les variables,
- ✍ isoler la variable dépendante.

D'UN MODE DE REPRÉSENTATION À L'AUTRE

La relation entre deux quantités liées s'exprime généralement par une règle ou une équation. Cette règle représente <u>les opérations que doit subir</u> la valeur de la variable <u>indépendante</u> pour produire la valeur de la variable <u>dépendante</u> qui lui est associée.

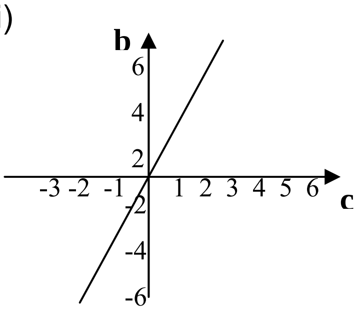
Exemple 7 :

a) Complète la table de valeurs et choisis le bon graphique qui est associé.

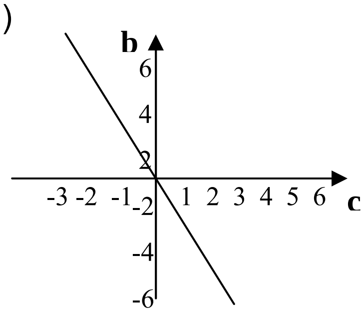
Sa règle est : <u>b = 3c</u>

c	0	1	2	3	4
b					

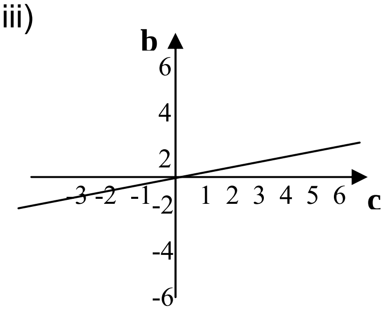
i)



ii)



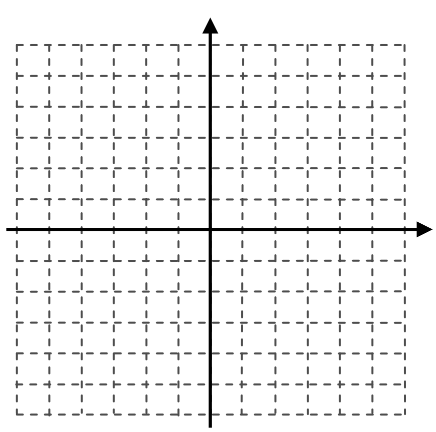
iii)



b) Complète la table de valeurs et les coordonnées manquantes, puis trace le graphique associé à cette table de valeurs.

Sa règle est : <u>p = 2n – 1</u>

n	-3	0	2	5	9
p					

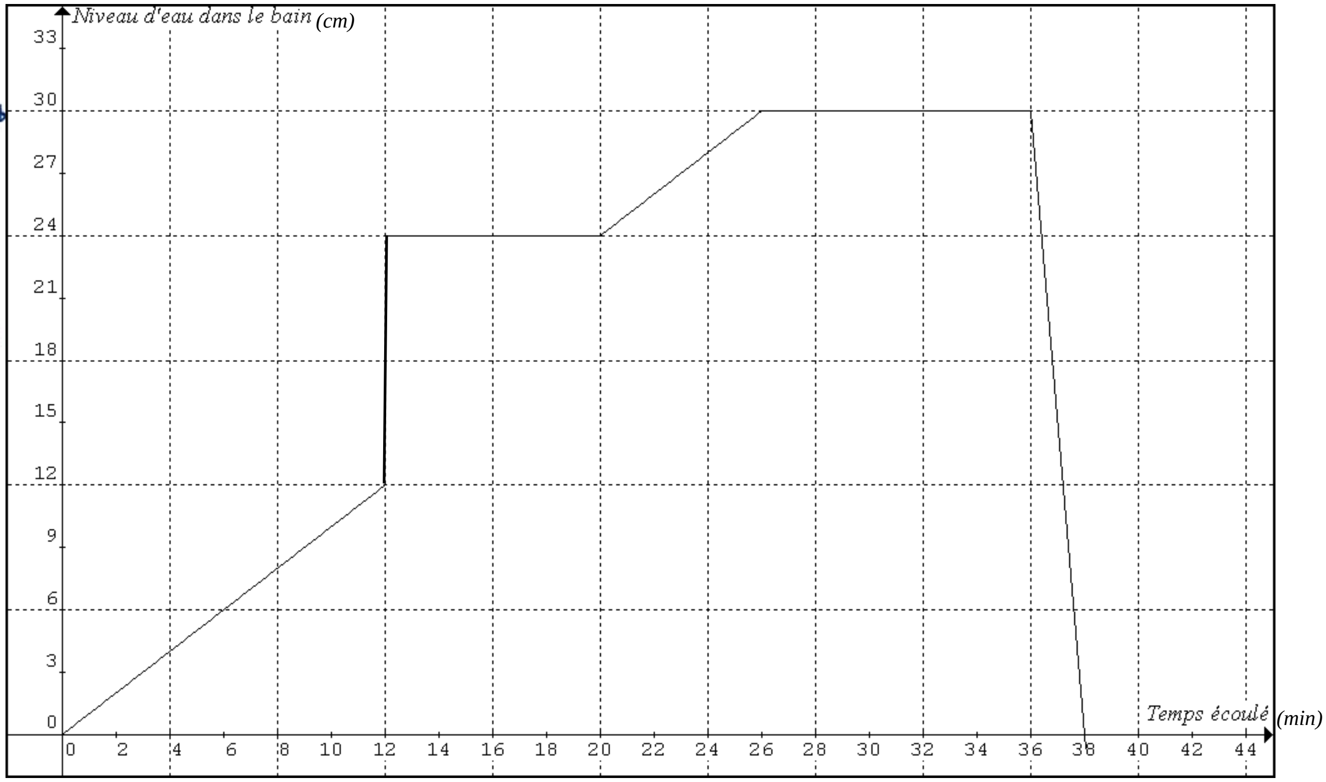


Coordonnées :

(-3, -7)	**(, 5)**
(-1,)	**(4,)**
(0, -1)	**(5, 9)**
(1,)	**(, 11)**
(2, 3)	**(,)**

c) Voici le graphique illustrant une certaine situation.

Niveau d'eau dans le bain de Mélissa



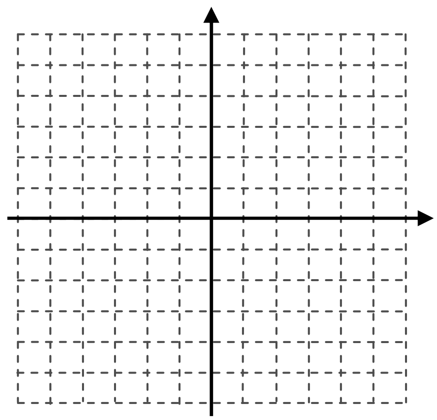
Décris en mots, **de manière complète et précise**, une situation possible pour ce graphique.

Donne une table de valeurs possible pour ce graphique.

d) Complète la table de valeurs et les coordonnées manquantes, puis trace le graphique associé à cette table de valeurs.

Sa règle est : t = - 4w

w	0	1	2	3	4
t					



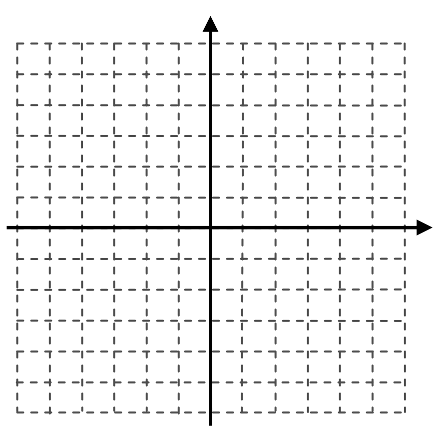
Coordonnées :

(-2,)	(3, -12)
(-1,)	(4,)
(0, 0)	(5,)
(1, -4)	(, -24)
(2, -8)	(,)

e) Remplis la table de valeurs, inscris les coordonnées figurant dans la table de valeurs dans le rectangle des coordonnées et trouves-en d'autres, puis trace le graphique associé à cette règle.

Sa règle est : y = 2x

x	-1	0	1	2	3
y	**-2**	**0**			



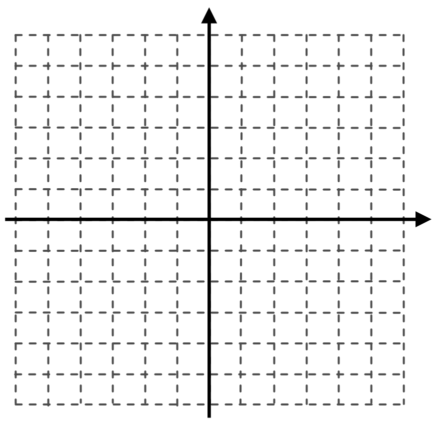
Coordonnées :

(,)	(,)
(,)	(,)
(,)	(,)

f) Remplis la table de valeurs, inscris les coordonnées figurant dans la table de valeurs dans le rectangle des coordonnées et trouves-en d'autres, puis trace le graphique associé à cette règle.

N'oublie pas de graduer les axes et de les identifier !

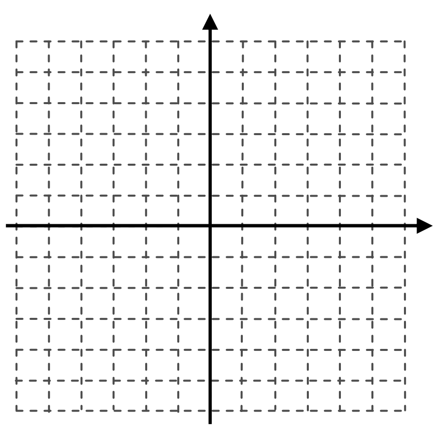
Sa règle est : d = -6e + 12



Coordonnées :
(,) (,)
(,) (,)
(,) (,)

g) Remplis la table de valeurs, inscris les coordonnées figurant dans la table de valeurs dans le rectangle des coordonnées et trouves-en d'autres, puis trace le graphique associé à cette règle.

Sa règle est : $s = \frac{1}{4}t + 2$



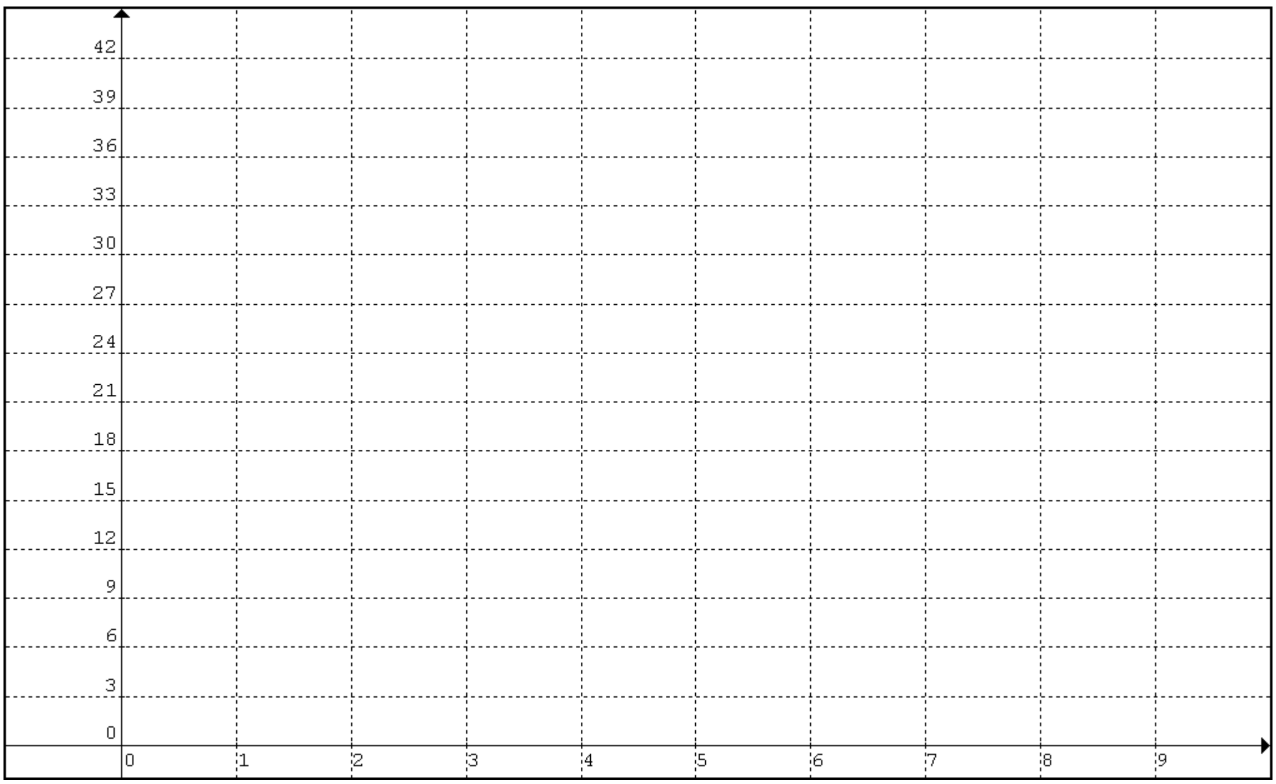
Coordonnées :
(,) (,)
(,) (,)
(,) (,)

Exemple 8 :

Voici une table de valeurs représentant une relation entre deux quantités.

Temps écoulé (heures)	0	2	2,05	4	7	8
Quantité d'essence (l)	33	21	36	36	30	24

Représente ta situation par un graphique dans le plan cartésien suivant



Décris en mots, **de manière complète et précise**, une situation possible pouvant être représentée par cette table de valeurs.

SECTION 2.1 – MISE AU POINT

Exercices sur la relation entre les données

1) Pour chacune des situations suivantes, identifie la variable indépendante et la variable dépendante.

   a) Un robinet qui fuit laisse tomber une goutte d'eau dont le volume est d'à peu près 2 ml à chaque 20 secondes. On considère la relation entre la quantité d'eau gaspillée et le temps écoulé.
   Variable indépendante :____________________________________
   Variable dépendante : _____________________________________

   b) Pour chaque CD-Rom acheté, la compagnie qui les produits a décidé de donner 3$ au Club des Petits Déjeuners de Montréal. On considère le don total selon le nombre de logiciels vendus.
   Variable indépendante :____________________________________
   Variable dépendante : _____________________________________

   c) Lorsque je fais un appel interurbain, ma compagnie de service me charge un tarif à la minute. Le soir, je paie 10 sous pour chaque minute parlée. On considère la relation entre le coût de ma communication téléphonique et sa durée.
   Variable indépendante :____________________________________
   Variable dépendante : _____________________________________

   d) Certaines voitures sont de grosses consommatrices d'essence, d'autres ont à cœur l'environnement. Les nouvelles voitures hybrides fonctionnent à l'essence et à l'électricité et certaines ne consomment qu'un maigre 5,2 litres d'essence pour 100 kilomètres parcourus. On considère la relation entre le nombre de litres d'essence et le kilométrage parcouru.
   Variable indépendante :____________________________________
   Variable dépendante : _____________________________________

e) Les alpinistes sont très prudents lorsqu'ils s'attaquent à de hautes montagnes. En effet, la quantité d'oxygène contenue dans l'air diminue avec l'altitude. On considère la concentration d'oxygène dans l'air selon l'altitude.

Variable indépendante : ____________________________________

Variable dépendante : ____________________________________

f) Lorsqu'on veut calculer le périmètre d'un polygone régulier, on n'a qu'à multiplier la mesure d'un côté par le nombre de côtés du polygone. On considère la relation entre le périmètre d'un dodécagone régulier selon la mesure du côté

Variable indépendante : ____________________________________

Variable dépendante : ____________________________________

g) Un artiste qui produit son propre album en licence avec une compagnie de disque recevra environ 2,13$ par album vendu pour les 50 000 premiers albums. On considère le montant d'argent amassé en fonction du nombre d'albums vendus.

Variable indépendante : ____________________________________

Variable dépendante : ____________________________________

h) Gaétan Boucher a établi les records suivant lors des jeux olympiques de 1984 en patinage de vitesse : Il a parcouru 1000m en 75,80 secondes et 1500 m en 118,36 secondes. On considère la relation entre le temps de patinage et la distance parcourue.

Variable indépendante : ____________________________________

Variable dépendante : ____________________________________

i) Un voyage en Italie est organisé à ton école et il en coûte 1700$ par étudiants inscrits pour faire ce voyage. On considère le nombre d'élèves inscrits et le coût total du voyage.

Variable indépendante : ______________________________

Variable dépendante : ______________________________

j) Conduire une voiture implique toute sorte de responsabilités. On suggère fortement de ne pas boire si vous devez conduire un véhicule. On considère le taux d'alcool dans le sang en fonction du nombre de verres d'alcool consommé.

Variable indépendante : ______________________________

Variable dépendante : ______________________________

k) Une automobile neuve perd de la valeur aussitôt qu'elle sort du concessionnaire automobile. Bien sûr, avec le temps et l'usure, elle perd aussi de la valeur au fil des années. On considère la relation entre la valeur d'une voiture et du nombre d'années d'usure.

Variable indépendante : ______________________________

Variable dépendante : ______________________________

2) À partir des équations données, complète les tables de valeurs ci-dessous.

a) p = -3n

n	-4	-1	0		6	7
p				-9		

b) $r = -\frac{2}{3}t$

t	-3	-2		$\frac{3}{2}$		
r			0		-15	-4/9

c) $a = 4b - 5$

b	-8	-5	0		7	
a				7		31

3) À partir de la règle de chacune des fonctions ci-dessous, calcule la valeur de la fonction à l'abscisse demandée.

a) Calcule la valeur de la fonction f à l'abscisse 12.

$f(x) = -x + 12$

b) Calcule la valeur de la fonction g à l'abscisse 4.

$g(x) = \frac{1}{4}x + 7$

c) Calcule la valeur de la fonction h à l'abscisse -5.

$h(x) = -x - 5$

d) Calcule la valeur de la fonction i à l'abscisse $\frac{3}{7}$.

$i(x) = \frac{7}{3}x + \frac{1}{6}$

e) Calcule la valeur de la fonction j à l'abscisse 0.

$j(x) = 7 + 2x$

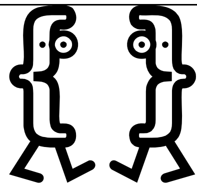
SECTION 2.2 – SAVOIRS

EXPRIMER UN ENSEMBLE SOLUTION

Un ensemble solution est un sous-ensemble d'un ensemble de nombres (**N, Z,** et $\mathbb{R}$). Il est important de respecter le symbolisme approprié et quelques règles d'écriture.

<table>
<tr><th>Ensemble des nombres NATURELS (N)</th><th>Ensemble des nombres ENTIERS (Z)</th><th>Ensemble des nombres RÉELS ($\mathbb{R}$)</th></tr>
<tr><td>Exemple 1 Écris l'ensemble des nombres naturels compris entre -4 exclusivement et 3 inclusivement : ____________________</td><td>Écris l'ensemble des nombres entiers compris entre -4 exclusivement et 3 inclusivement : ____________________</td><td>Écris l'ensemble des nombres réels compris entre -4 exclusivement et 3 inclusivement : ____________________</td></tr>
<tr><td colspan="2">✎ Des ______________________ « { , } » sont utilisées pour exprimer un ensemble de nombres. Elles servent à <u>énumérer précisément des éléments</u> appartenant à un ensemble.

✎ Ces éléments énumérés sont placés en ______________________________________.
* Les éléments sont séparés par une ____________. Cette virgule signifie ____.</td><td>✎ Des ____________________ « [,] », sont utilisés pour exprimer un ensemble de nombres. Elles servent à <u>noter tout intervalle de nombres réels</u>.
✎ Un intervalle est un ensemble de nombres compris entre 2 nombres appelés les bornes de l'intervalle. La borne inférieure correspond à la valeur ___________________ de l'intervalle et la ____________________________ correspond à la valeur maximale de l'intervalle.
✎ Ces bornes sont placées en ______________________________________.
* Les bornes sont séparées par une ____________. Cette virgule signifie _____________________________________.</td></tr>
</table>



Les accolades ne peuvent être ni ouvertes, ni fermées.

Un crochet dit « fermé » est tourné vers ________________ (minimale ou maximale) lorsque cette borne **appartient à l'intervalle**.

Un crochet dit « ouvert » n'est pas tourné vers ___________________ lorsque cette borne **n'appartient pas à l'intervalle**.

Exemple 2

Écris l'ensemble des nombres **naturels** supérieurs à -3 : ________________	Écris l'ensemble des nombres **entiers** supérieurs à -3 : ________________	Écris l'ensemble des nombres **réels** supérieurs à -3 : ________________

Lorsque notre ensemble s'étend vers l'infini positif ou négatif, nous utilisons les ________ ____________________________ : . . .

Lorsque notre ensemble s'étend vers l'infini positif ou négatif, nous utilisons le symbole de _____________________ : ∞

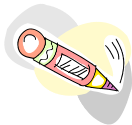
<u>Note</u> **:** Un vieux conflit oppose encore les mathématiciens quant à l'emploi des crochets vis-à-vis le symbole de l'infini. **Par convention, nous ne placerons JAMAIS de crochet devant ou après le symbole de l'infini.**

Exemple 3

Écris l'ensemble des nombres **naturels** inférieurs ou égal à -3 : ________________	Écris l'ensemble des nombres **entiers** inférieurs ou égal à -3 : ________________	Écris l'ensemble des nombres **réels** inférieurs ou égal à -3 : ________________

Les symboles _______ et _______ représentent l'ensemble vide.

<u>Cas particuliers :</u> Certains contextes nous demandent d'énumérer des valeurs décimales appartenant à l'ensemble des nombres RÉELS entre accolades { }. Les exemples les plus fréquents sont les situations impliquant des coûts, des sommes d'argent, des valeurs monétaires, etc.



Exemple 4 :

a) Énumère les nombres naturels ($\mathbb{N}$) compris entre 3 inclusivement et 9 exclusivement. ______________________________

b) Énumère les nombres entiers ($\mathbb{Z}$) compris entre -15 exclusivement et -23 exclusivement. ______________________________

c) L'ensemble de tous les nombres réels ($\mathbb{R}$) compris entre -2 inclusivement et 7 exclusivement. ______________________________

d) L'ensemble de tous les nombres réels compris entre -15 et 10 s'écrira : ________________________________ .

e) L'ensemble de tous les nombres réels inférieurs à -2 exclusivement s'écrira : ________________________________ .

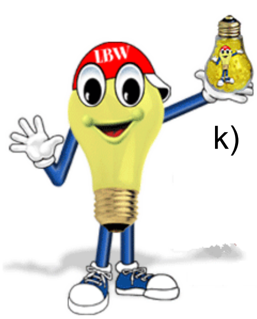
f) L'ensemble de tous les entiers compris entre 20 et 100 s'écrira : ________________________________.

g) Écris l'ensemble des nombres réels compris entre -17 exclusivement et 0 inclusivement : ____________________.

h) Écris l'ensemble des nombres réels compris entre π inclusivement et 10 exclusivement : ____________________.

i) Écris l'ensemble de tous les nombres naturels inférieurs à 45 : _________________________.

j) Écris l'ensemble de tous les entiers inférieurs à -10 : ______________________.



Pour les AS

k) l'ensemble de tous les nombres réels compris entre les solutions des équations suivantes et excluant les 2 solutions trouvées : $17x - 7 = 3x$ et $12x = 0$: ______________________

PROPRIÉTÉS D'UNE FONCTION

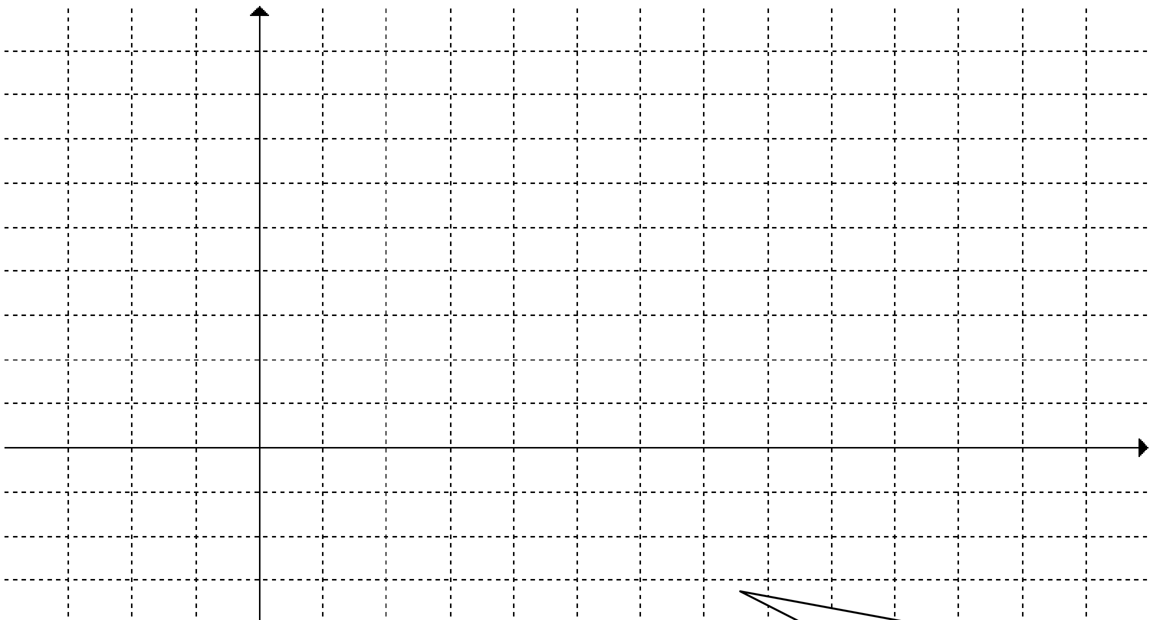
Exemple 5 : Danger : Ininflammable !!!

Les navettes spatiales sont soumises à de violentes variations de températures lors de leur entrée dans l'atmosphère. C'est pourquoi les ingénieurs ont muni ces fusées d'un bouclier thermique qui a pour but de protéger la fusée des températures très élevées. Des tests de solidité s'imposent!

Nous avons donc successivement chauffé et refroidi un morceau d'oxyde de silicium (matériaux dont sont faits les boucliers thermiques). Au début de l'expérience, la température du morceau de silicium était de -250°C. Ce morceau a été chauffé pendant 4 minutes de manière constante, jusqu'à une température de 1750°C. Nous avons ensuite arrêté le chauffage et maintenue sa température pendant 2 minutes. Ensuite, le silicium a été refroidi pendant 5 minutes (toujours de manière constante) jusqu'à ce qu'il atteigne une température de -100°C.

a) Représente d'abord l'évolution de la température de ce morceau d'oxyde de silicium en fonction du temps dans le plan cartésien suivant.

N'oublie pas d'identifier les axes !!!



Attention ! Certaines graduations sont plus faciles à utiliser que d'autres !

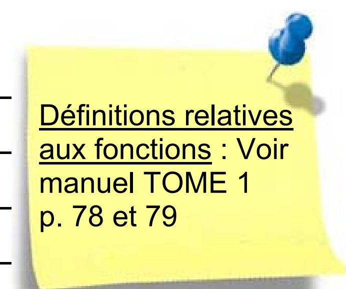
b) Explique pourquoi nous pouvons affirmer que dans cette situation, la température de l'oxyde de silicium est fonction du temps écoulé depuis le début de l'expérience.

____

____

____

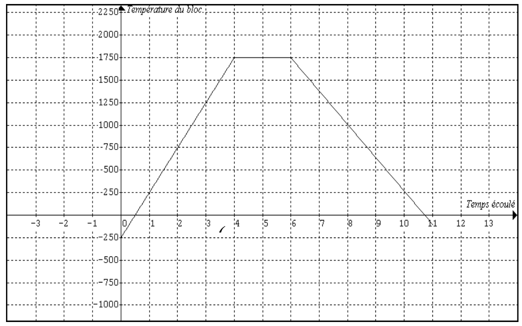
____



Source http://www.vienne-vehicules-utilitaires.com/images/postit.jpg

c) Quelle était la température du bloc d'oxyde de silicium après 3 minutes et 30 secondes de chauffage? ____________________

Les *propriétés* de cette fonction



L'*image* d'une fonction est aussi appelé le __________ d'une fonction.

<table>
<tr><td>Domaine : Ensemble des valeurs que peut prendre la ___________________
____
(Se lit sur l'axe des ____)</td><td>Image : Ensemble des valeurs que peut prendre la ___________________
____
(Se lit sur l'axe des ____)</td></tr>
<tr><td>Maximum : Plus ____________ valeur que prend la variable dépendante.
____
(Se lit sur l'axe des ____)</td><td>Minimum : Plus ____________ valeur que prend la variable dépendante.
____
(Se lit sur l'axe des ____)</td></tr>
<tr><td>Ordonnée à l'origine <u>ou</u> valeur initiale : Valeur de l'ordonnée à une __________________ de 0.
____
(Se lit sur l'axe des ____)</td><td>Abscisse(s) à l'origine <u>ou</u> zéro(s) de la fonction : Valeur de l'abscisse à une ___________________ de 0.
____
(Se lit sur l'axe des ____)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Variation (croissance, décroissance et constance) : intervalles du domaine sur lesquels la fonction__________, _____________ou ne subit aucune variation.
____
____
____
(Se lit sur l'axe des ____)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Signe : Intervalles du domaine sur lesquels la fonction est située au-dessus de l'axe des abscisses (_____________) et sous l'axe des abscisses (___________).
____
____
(Se lit sur l'axe des ____)</td></tr>
</table>

Le maximum et le minimum d'une fonction sont souvent appelés les
____

LE TAUX DE VARIATION

*Rappel : Un **taux** est une manière de comparer deux grandeurs de nature différentes et exprimées à l'aide d'unités___________________. En voici quelques exemples :*

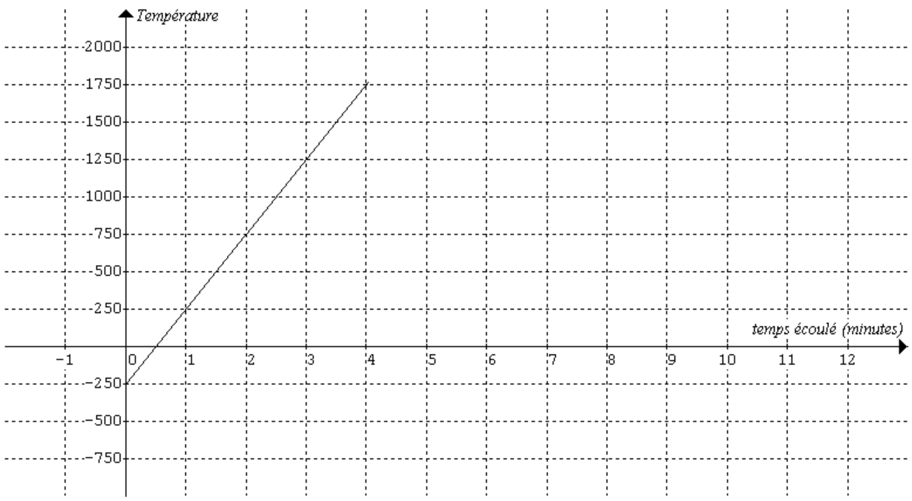
$$\frac{300\,000\text{ km}}{1\text{ sec}} = 300\,000 \text{ km/s}$$ *(vitesse de la lumière)*

$$\frac{55\$}{2\text{ m}} = \frac{55}{2}\ \$/\text{m}$$ *(prix d'un tissus)*

$$\frac{45\text{ kg}}{4\text{ dents}} = \frac{45}{4}\ \text{kg/dent}$$ *(???)*

Exemple 6 :

Température du bloc de silicium en fonction du temps écoulé



Temps(minutes)					
Température(^{o}C)					

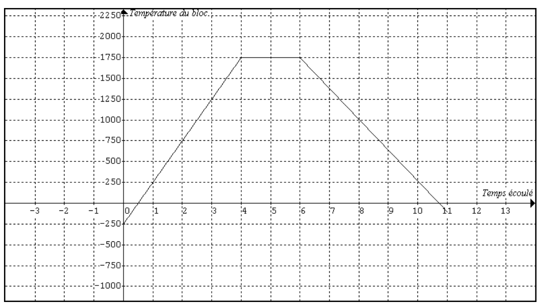
Lors de la phase 1 de l'expérience en laboratoire sur le chauffage et le refroidissement du silicium, le bloc de silicium a été chauffé de 2000°C (1750 – (-250)) en 4 minutes. On peut donc écrire cette information sous forme d'un taux :____________. Ce qui signifie qu'en moyenne, la température du bloc de silicium a augmenté de ________ par minute : ______________________________

Ce taux porte le nom de________________________, puisqu'il nous indique de quelle manière varie le phénomène que l'on observe.

Détermine les taux de variation de la température du bloc d'oxyde de silicium en fonction du temps écoulé lors des phases 1, 2 et 3 de l'expérience.

Phase 1 *Phase 2* *Phase 3*

Rappel : Température d'un morceau d'oxyde de silicium en fonction du temps



Note : Lorsqu'une droite est croissante, le taux de variation est un nombre ___positif________. Lorsqu'une droite est décroissante, le taux de variation est un nombre __négatif__________. Lorsqu'une droite est constante, le taux de variation est un nombre __nul__.

En résumé, une manière simple de calculer un taux de variation « a » est :

1) d'identifier 2 couples (x_1, y_1) et (x_2, y_2) issus du phénomène et
2) d'établir le taux correspondant aux variations des variables dépendantes et indépendantes.

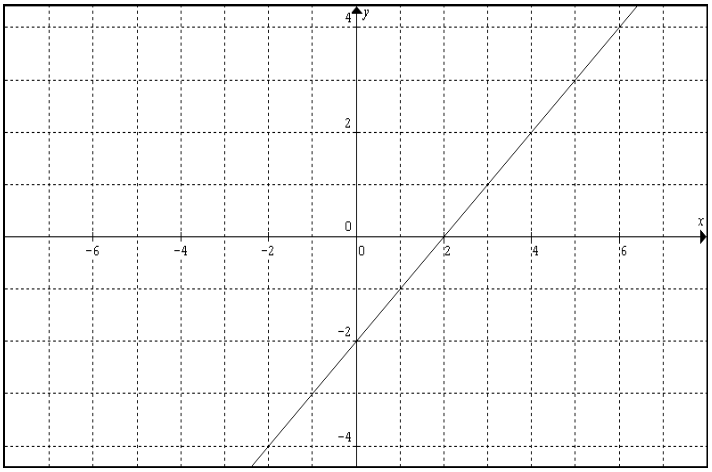
Le taux de variation de la droite passant par deux points peut être calculé à l'aide de la formule :

a =

Exemple 7 :

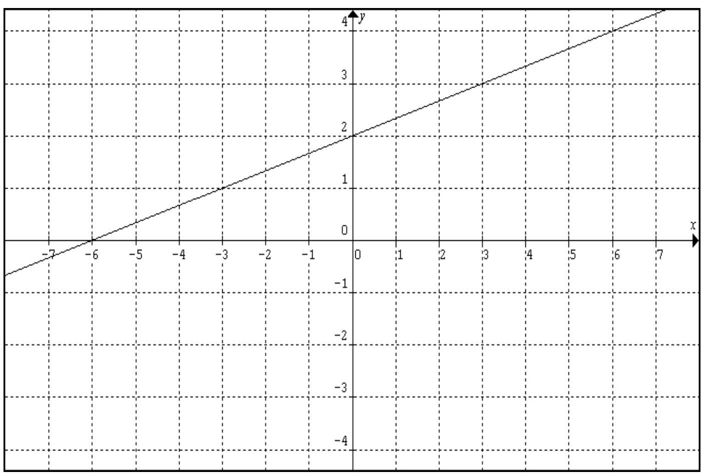
Détermine le taux de variation des droites suivantes.

a)



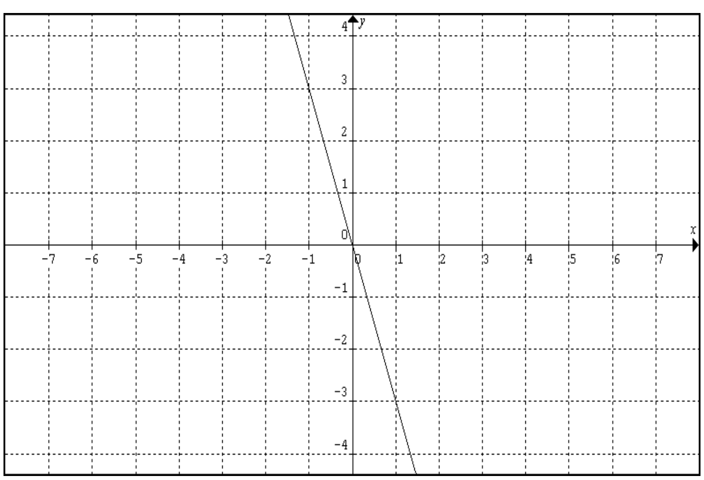
Calculs :

b)



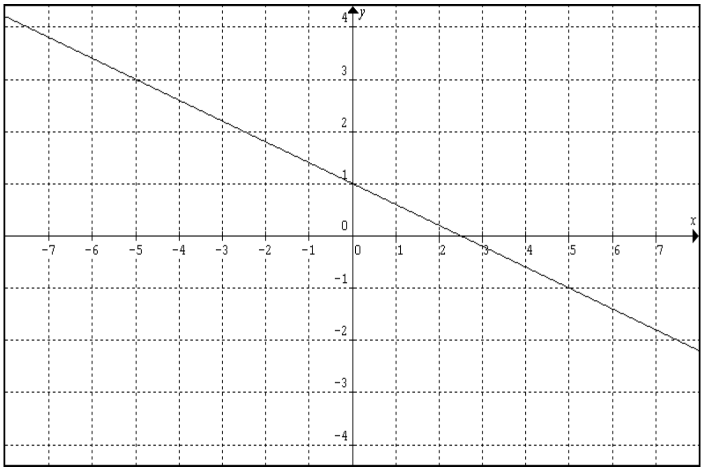
Calculs :

c)



Calculs :

d)

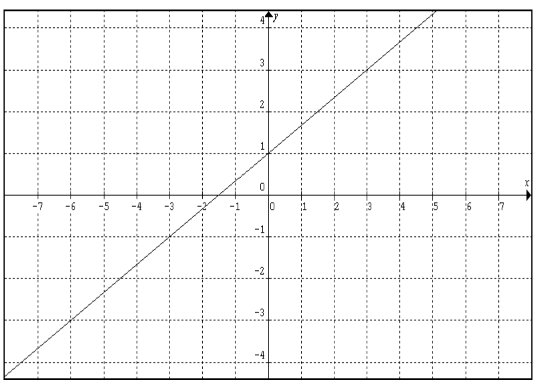


<u>*Calculs :*</u>

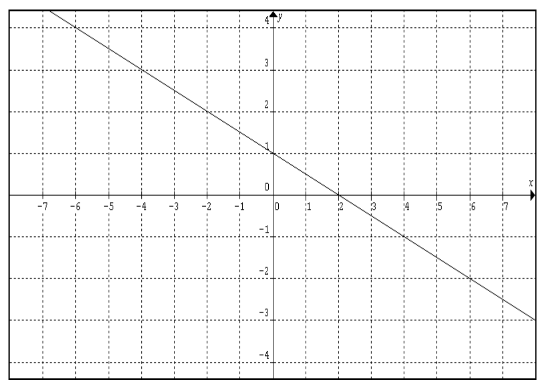
Exemple 8

Associe chacune des équations suivantes au graphique correspondant.

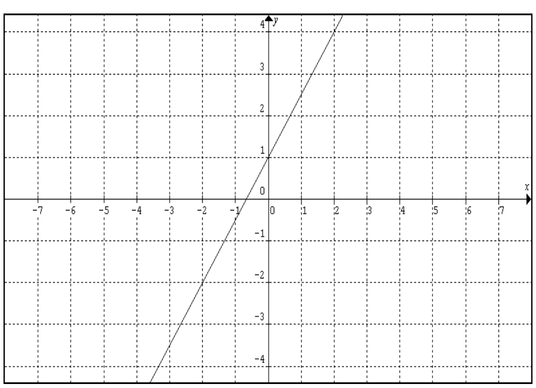
$f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ $g(x) = \frac{3}{2}x + 1$ $h(x) = -2x + 1$ $i(x) = \frac{2}{3}x + 1$



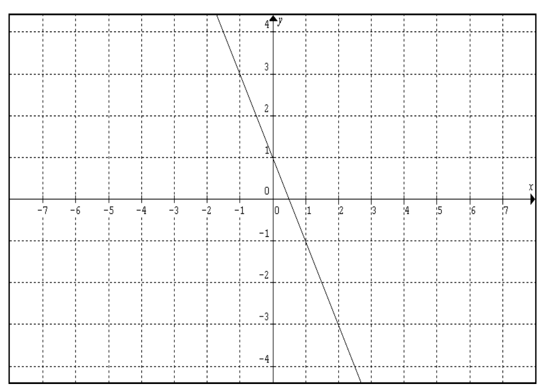
Équation :



Équation :



Équation :



Équation :

SECTION 2.2 – MISE AU POINT

1) Blaise a créé une petite entreprise : il ramasse des canettes vides et les vend à l'épicerie. Chaque canette lui rapporte 0,05$ et il ne peut ramasser plus de 20 canettes par sac du même coup. Il observe la quantité d'argent qu'il a ramassée par sac en fonction du nombre de canettes vendues.

a) Représente cette situation par une table de valeurs.

____

Nombre de cannettes	0				20
Argent ramassé					

b) Détermine la règle représentant cette situation. : ______________________

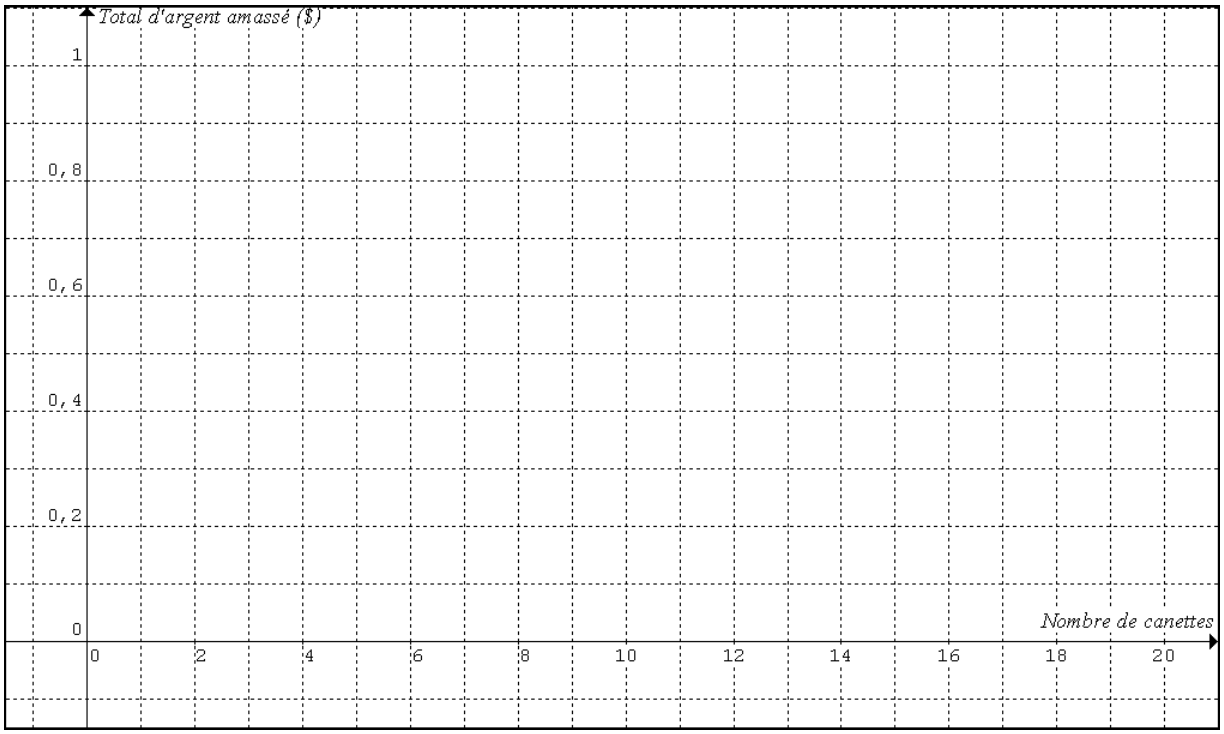
c) Détermine :

1. Le domaine de cette situation : ____________________
2. Les images : ____________________
3. Le maximum : _____________________
4. Le minimum : _____________________
5. L'ordonnée à l'origine : _____________
6. L'abscisse à l'origine (ou zéro) : ___________
7. La variation : ____
8. Le signe : ____

d) Quel est le taux de variation dans cette situation? (taux réduit avec des numérateurs et dénominateurs entiers) : ____________________________

e) Représente cette situation par un graphique :

____



2) Élise vide sa piscine à l'approche de l'hiver. Lorsqu'elle commence le pompage de l'eau, la piscine contient 42 000 litres d'eau. 7 heures de pompage à débit constant sont nécessaires pour vider complètement la piscine. On observe la quantité d'eau restante dans la piscine selon le temps écoulé depuis le début du pompage.

a) Quelle est la valeur initiale dans cette situation ? ____________________

b) Quelle est :

1. La variable indépendante : ____________________________________
2. La variable dépendante : ______________________________________

c) Remplis la table de valeurs suivante représentant cette situation :

____

Temps écoulé	0	1			5	7
Quantité d'eau restante			27 000	24 000		

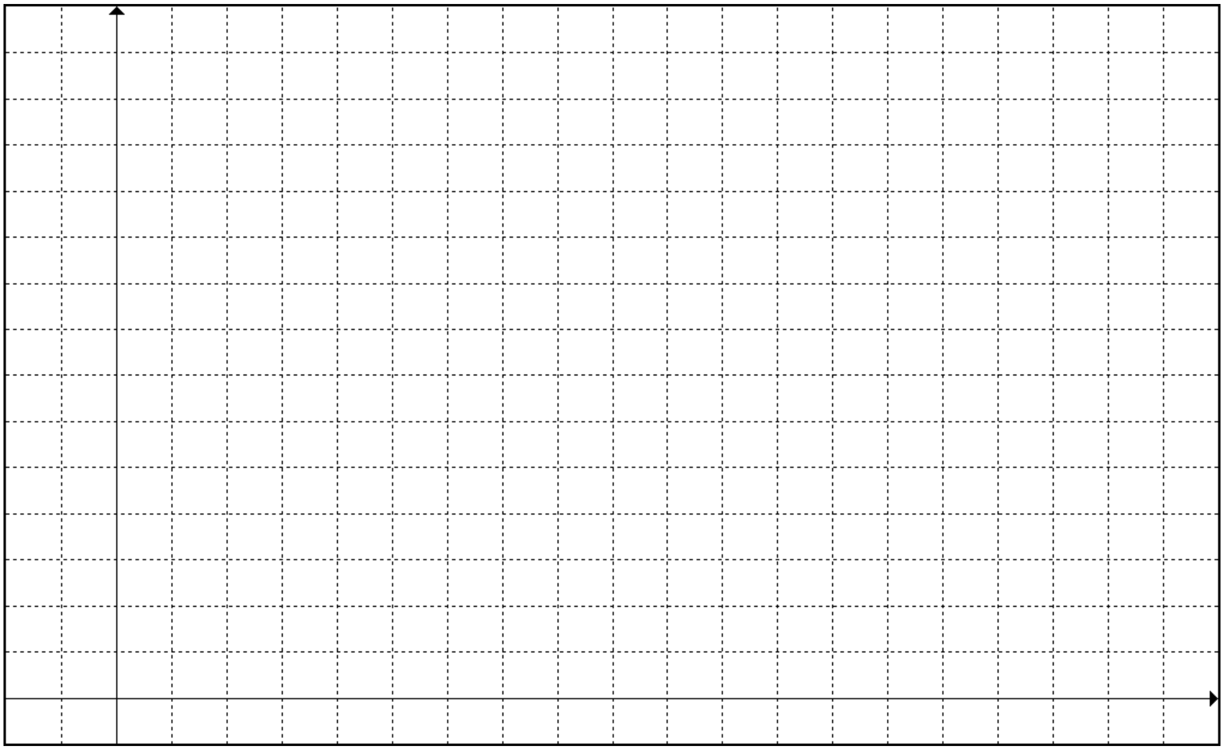
d) Détermine :

1. Le domaine de cette situation : ____________________
2. Les images : ____________________
3. Le maximum : _____________________
4. Le minimum : _____________________
5. L'ordonnée à l'origine : ____________
6. L'abscisse à l'origine (ou zéro) : __________
7. La variation : ____
8. Le signe : ____

e) <u>Pour les AS</u>

Détermine la règle permettant de calculer la quantité d'eau restante dans la piscine (y) selon le nombre d'heures écoulées depuis le début du pompage (x). Trace ensuite le graphique.

Règle : ____



3) Voici deux tables de valeurs représentant chacune une fonction linéaire (droite). Pour chacune, calcule :

   a) Le taux de variation entre les points **A** et **B**
   b) Le taux de variation entre les points **A** et **C**
   c) Le taux de variation entre les points **B** et **C**

	A		B		C
x	0	1	3	6	7
y	-1	1	5	11	13

Calculs…

a) b) c)

	A		B		C
X	-3	1	2	5	11,5
y	12	-4	-8	-20	- 46

Calculs…

a) b) c)

4) Écrire :

a) L'ensemble de tous les entiers compris entre $-\frac{17}{2}$ exclusivement et 0 exclusivement.

____

b) L'ensemble de tous les réels supérieurs à -10 et inférieurs à $\sqrt{12}$ ..

____

c) L'ensemble de tous les réels supérieurs -$\sqrt{12}$ à et inférieurs à $-\frac{13}{5}$.

____

d) L'ensemble de tous les nombres entiers duquel on a retiré tous les naturels.

____

SECTION 2.3 – SAVOIRS

FONCTION DE VARIATION DIRECTE (RAPPEL)

Exemple 1 :

Les élèves de la cinquième secondaire organisent le bal des finissants pour la fin de l'année. Ils décident de vendre des chandails afin d'amasser un montant qui servira à offrir un souvenir aux finissants lors du bal. On désigne par la variable **c**, le nombre de chandails vendus et par **m**, le montant total amassé.

Voici la table de valeurs de cette situation.

Montant total selon le nombre de chandails vendus

Nombre de chandails vendus	25	50	75	100
Montant total ($)	150	300	450	600

a) Les variables qui interviennent dans cette situation sont **c** et **m**.

S'il y a un lien de dépendance entre ces variables, identifie la variable indépendante et la variable dépendante.

La variable indépendante est ______________________________

La variable dépendante est ______________________________

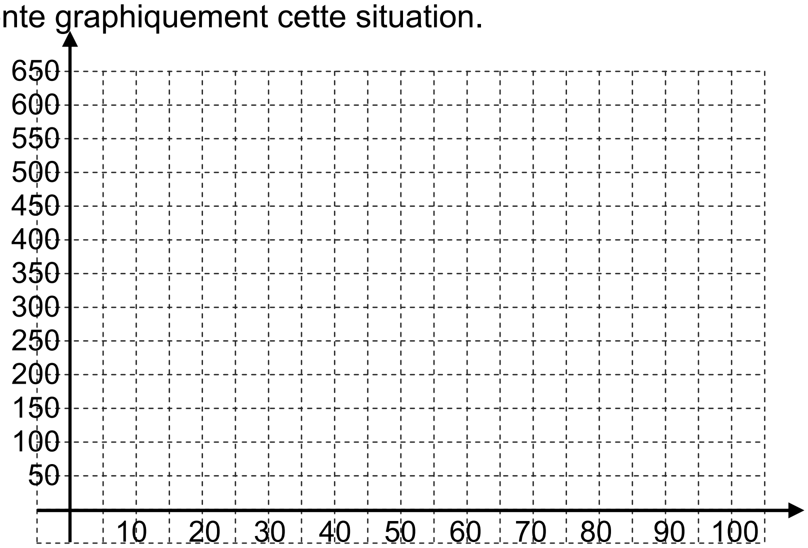
b) Est-ce une situation de proportionnalité directe ? Explique.

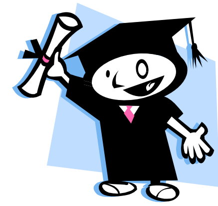
____

____

____

c) Représente graphiquement cette situation.





FONCTION DE VARIATION INVERSE

Exemple 2 :

Les élèves de la cinquième secondaire organisent le bal des finissants pour la fin de l'année. Les activités créées ont permis au comité du bal des finissants d'amasser un surplus de 2 400$. Ce montant doit être partagé entre les élèves qui participeront au bal.

On désigne par la variable **n**, le nombre de participants et par **p**, la part en dollars de chacun.

Voici la table de valeurs de cette situation.

Part selon le nombre des participants

Nombre de participants	30	50	100	120	200
Part de chacun ($)	80	48	24	20	12

a) Les variables qui interviennent dans cette situation sont **n** et **p**.

S'il y a un lien de dépendance entre ces variables, identifie la variable indépendante et la variable dépendante.

La variable indépendante est ________________________________

La variable dépendante est __________________________________

b) Qu'arrive-t-il à la part de chacun lorsque le nombre de participants augmente ?

____

c) Est-ce une situation de proportionnalité directe ? Explique.

____

____

____

____

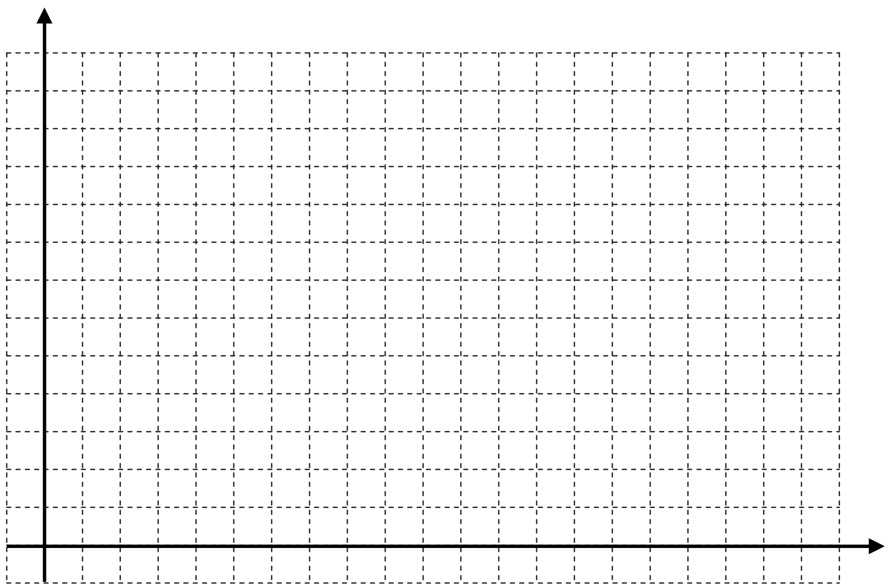
d) Quelle sera la part de chacun, si le nombre de participants est 150 ?

La part de chacun sera de _____________.

e) Combien de participants y avait-il, si chacun a empoché 200$?

Il y avait _______ participants.

f) Représente graphiquement cette situation.



g) Le produit des variables **n** et **p** est-il constant ? ________

Que représente-t-il ? ______________________________

h) Écris la règle de cette situation, à la lueur de ce que tu viens de découvrir.

____

Il est toujours possible de vérifier la véracité de la règle que tu viens d'écrire. Il suffit de substituer, c'est-à-dire remplacer, les valeurs des variables à partir des coordonnées prises dans la table de valeurs.

À toi de faire la vérification !

En résumé

Une **fonction de variation inverse** est une relation où une variable dépendante est inversement proportionnelle à une variable indépendante, c'est-à-dire les valeurs des deux variables ne varient pas dans le même sens. Par exemple, si une variable est doublée alors l'autre est diminuée de moitié.

✐ Dans une table de valeurs, la variable dépendante est inversement proportionnelle à la variable indépendante lorsque les ___produits____sont tous ___égaux______ entre eux.

x	x_1	x_2	x_3	x_4	…
y	y_1	y_2	y_3	y_4	…

$$x_1 \cdot y_1 = x_2 \cdot y_2 = x_3 \cdot y_3 = x_4 \cdot y_4 = x_n \cdot y_n = \ldots = \text{constante}$$

Note : Les petits chiffres près de la variable sont appelés : **indices**. Ils servent uniquement à différencier les valeurs des variables. Ils n'ont aucune valeur numérique.

✐ Le graphique illustre une <u>courbe (et non une droite!)</u> dont les deux extrémités __ne toucheront jamais aux axes.__

Lorsqu'on trace le graphique de cette fonction, tu ne dois **<u>pas</u>** utiliser ta règle à mesurer !

✐ La règle de cette fonction est $y = \frac{k}{x}$ où $k = x_1 \cdot y_1 = \ldots = x_n \cdot y_n$

où <u>k</u> est la constante trouvée par le __produit_____ de la variable dépendante et la variable indépendante.

Ce type de fonction est appelée une <u>fonction de variation inverse</u>.

Exemple 3 : Trouve la règle de chacune des tables de valeurs ci-dessous.

1)

x	1	2	4	8	…
y	16	8	4	2	…

2)

r	- 2	4	8	16	…
u	32	- 16	- 8	- 4	…

3)

g	- 8	- 3	2	6	…
h	$-\frac{1}{12}$	$-\frac{2}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	…

4)

b	- 4	- 2	3	6	…
c	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	…

Exemple 4 : Voici une table de valeurs illustrant un certain phénomène.

x	-6	2	4	10	12
y	-3	1	2	5	6

a) Cette relation représente-t-elle un phénomène mathématique connu ? Lequel ?

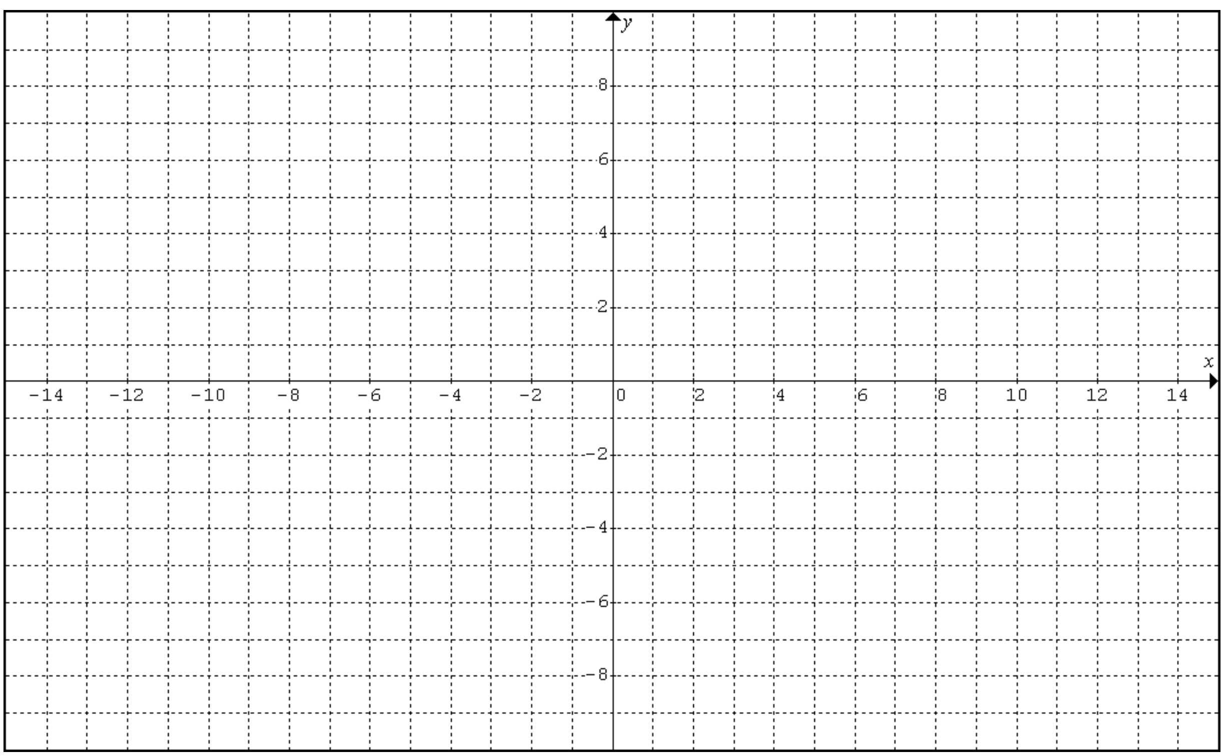
___

___

___

b) Détermine la règle correspondant à cette relation : ___________________________

c) Dans l'espace suivant, trace le graphique correspondant à cette relation :



Exemple 5 : Voici une table de valeurs illustrant un certain phénomène.

x	$\frac{1}{2}$	1	2	5	10	20
y	20	10	5	2	1	$\frac{1}{2}$

a) Cette relation représente-t-elle un phénomène mathématique connu ? Lequel ?

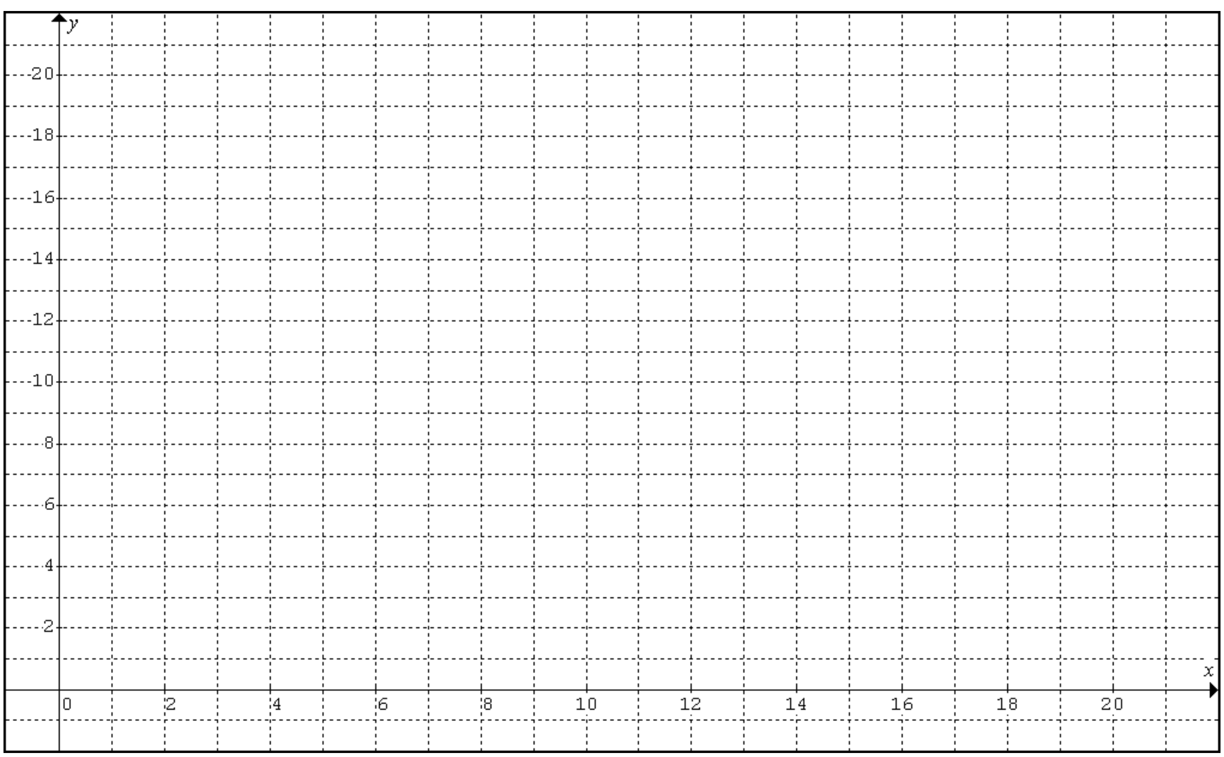
____

____

____

b) Détermine la règle correspondant à cette relation : ________________________

c) Dans l'espace suivant, trace le graphique correspondant à cette relation :



MODÉLISATION

Dans la vie quotidienne, il est presque impossible qu'un phénomène observé corresponde à un modèle mathématique*. De façon générale, ces modèles ont été construits à partir d'observations et d'expérimentations donnant lieu à des erreurs dues à la manipulation, à la prise de mesure ou au degré de précision de l'instrument utilisé.

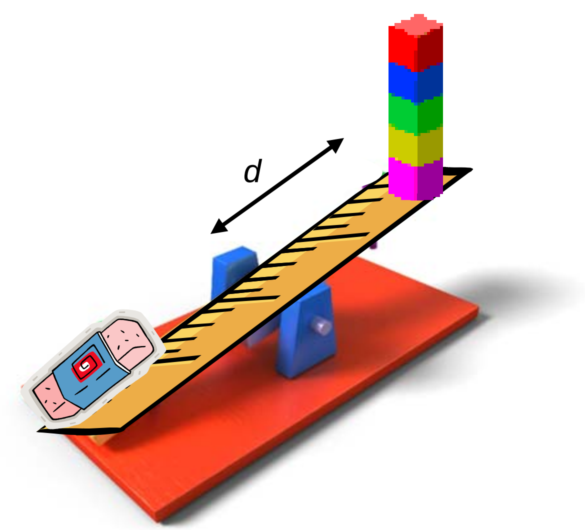
* *Modèle mathématique : Façon de représenter une situation à l'aide d'un langage mathématique (nombres, lettres, symboles, équations).*

Exemple 6 : Activité « ***En équilibre »***

Un élève a fixé une gomme à effacer à l'extrémité d'une règle. Il a ensuite tenté de déterminer à quelle distance *d* d'un point d'appui il devait placer une pile de cubes isométriques pour que la règle soit en équilibre.

Voici les résultats obtenus par Guillaume :

n : Nombre de cubes empilés	***d*** **: Distance du point d'appui (cm)**
3	14,6
6	7,4
7	6,2
8	5,6
10	4,4
11	4,1



a) À quelle distance du point d'appui doit-on placer une pile de 5 cubes pour que la règle soit en équilibre ?

b) Quelle équation pourrait le mieux possible généraliser cette situation?

SECTION 2.3 – MISE AU POINT

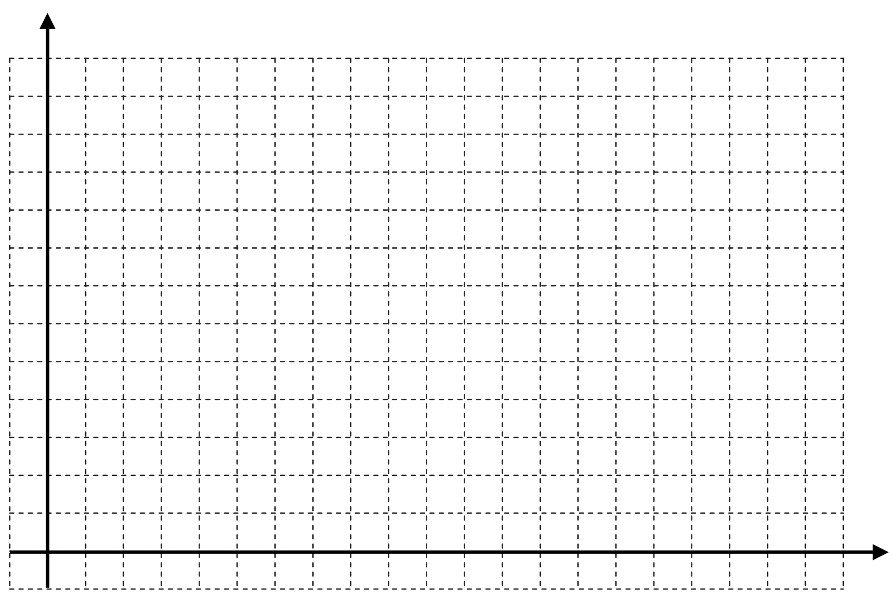
1) On doit séparer un montant 63 000$ parmi les personnes qui répondent correctement à une question d'habileté mathématique. On veut connaître le montant d'argent auquel chacun des gagnants aura droit en fonction du nombre de gagnants.

   f) Complète la table de valeurs suivante :

   Montant d'argent pour les gagnants

Nombre de gagnants	1	5	10	15	20	21
Montant par gagnants ($)						

   g) Trace le graphique qui représente cette situation.



   h) Quelle est la règle de cette fonction ? ________________________________